

# b 值时空扫描\*

——监视破坏性地震孕育过程的一种手段

李全林 陈锦标 于渌 郝柏林

(国家地震局地球物理研究所) (中国科学院物理研究所)

## 摘要

本文对1976年7月28日唐山地震( $M = 7.8$ )和其它一些破坏性地震震前若干年内频度—震级关系  $N = \exp(A - bM)$  中的  $b$  值作统计分析,说明在正确处理观测资料和运用统计方法的前提下,可以为合理的时空区间求得客观的、可信的  $b$  值。在对频度—震级关系唯象讨论的基础上,按照茂木清夫<sup>[1]</sup>和肖尔茨<sup>[2]</sup>的观点论证  $b$  值不仅是一个统计分析参数,而且具有直接的物理意义:它反映一个地区承受平均应力和接近强度极限的程度。因此,对  $b$  值变化进行动态时空扫描,就越出了单纯统计预报的范畴,成为观察应力集中和转移、监视破坏性地震孕育过程的一种手段。

本文提出对频度—震级的指数分布直接作非线性最小二乘拟合。这是一种有效的估值方法,它能给出比较确切的误差估计。

## 一、引言

一次破坏性的大地震不是突然爆发的。它要在相当大的空间范围内,经历比较长的时间逐渐积累弹性能量,从缓慢的量变走向突变。对于地球物理场参数不断进行空间和时间扫描,发现和监视异常区的形成和发展,原则上应当成为地震预报的科学手段之一。目前比较直接、连续可靠的原始数据还是由地震活动本身提供的。一个布点较密的台网从每次地震接收到的大量数据中,可以提取许多有关孕震区的信息,近年来初见成效的波速比分析就是一例。本文介绍的是最简单,因而是较易完整地实现的一种试探,即从每次地震目录中提取发震日期、经度、纬度、震级四个参数,对频度—震级关系

$$N = \exp(A - bM)$$

中的  $b$  值进行统计分析。

唐山地震没有海城地震那样的前震序列,但是其附近地区的  $b$  值却经历了明显的变化。从时间上看,虽然十年时间内累计  $b$  值仍在正常范围内,但是分时间段累计滑动求得的  $b$  值,从1971年下半年开始持续上升,1973年下半年转为下降,1975年达到0.5以下的低值,1976年初又开始回升,在回升过程中发生了7.8级地震。从空间看,整个京津唐渤海地区在1972年前  $b$  值基本上无异常,后来出现的低  $b$  值区逐渐由西向东移动和扩

\* 1977年10月17日收到。

大，最后又有所收缩，在收缩过程中发震。不论采取何种处理方法，上述变化过程总是顽强地表现出来。1974年云南省永善地震、1975年辽宁省海城地震、1976年云南省龙陵地震和四川省松潘地震，震前 $b$ 值都经历了明显的负异常和回升阶段，但由于资料的积累时间较短，计算结果没有唐山地震那样完整。

为了检验这些结果的可靠程度，我们比较了各种统计分析方法，进行了统计检验，事实表明结果统计是可信的；特别在 $b$ 值负异常阶段，频度—震级关系确实遵从指数分布。借助并发挥茂木<sup>[1]</sup>和肖尔茨<sup>[2]</sup>关于岩石破碎试验中 $b$ 值物理意义的唯象说明，可以自然地解释所得的结果。

我们认为：（1） $b$ 值不是一个单纯的统计分析参数，它有直接的物理意义，即反映一个地区承受平均应力和接近强度极限的程度。（2）通常所说的“前震”是一个过于狭窄的概念。一次大震不管有没有明显的前震序列，主震之前若干年内，地震活动是有反常的， $b$ 值的变化就是一种反映。（3）与某些人的看法相反， $b$ 值不是常数，大震前它有明显的时、空变化。因此，合理地划分时间和空间范围，可以求出统计上可信的 $b$ 值，反复进行 $b$ 值时空扫描，可以成为监视破坏性地震孕育过程的手段之一。

这样做必须具备一些条件。首先，要有一个布点较密的台网，保证不漏记起算震级以上地震，而且能归算到统一的震级。记录的时间越长越好，以便暴露应力集中和转移的全过程和求得地震活动正常时期的 $b$ 值。京津唐渤海地区满足这一条件，自1966年4月起就有比较完整的地震记录。其次，必须正确地运用统计方法，以得到客观的、不含任意性的结果。最后，必须实现数据处理自动化，因为反复进行时空扫描的计算完全超出了手工处理的可能。

我们在许多同志协助下整理了华北、东北和西南若干地区的四万三千多条地震目录，仔细核对了京津唐渤海地区的8934次地震（不包括1976年底以前的唐山余震），将全部数据记入磁带，由程序按指定的扫描方式和时空范围选取数据进行计算，尝试和比较了大量处理方案。本文介绍的是部分统计上可信的时空扫描结果。

本文结构如下：第二节叙述唐山及其他震例的计算结果；第三节比较统计方法，进行统计检验，论证第二节结果的可靠性；第四节阐述 $b$ 值的物理意义，并解释所得的结果；第五节简单回顾已发表的有关 $b$ 值分析的文献，指出本文揭示的规律曾零星散见于他人的工作之中。

## 二、唐山地震及其它震例的分析结果

根据历史记载，我国唐山、宁河地区从未发生过六级以上强烈地震，滦县、卢龙一带也只是在1624年和1945年发生过两次6 $\frac{1}{2}$ 级地震。1976年7月28日在唐山、卢龙，11月15日在宁河先后发生了 $M = 7.8, 7.1, 7.0$ 三次强烈地震。我们重新整理了地球物理研究所提供的台网地震目录，以北京台为准校核了近震震级 $M_L$ ，1971年后还补充了河北、山西、山东、内蒙等省地震局出版的有关地震目录。研究了 $38^{\circ}\text{--}41^{\circ}\text{N}, 114^{\circ}\text{--}120^{\circ}\text{E}$ 区域内，自1966年4月1日到1976年7月27日的地震活动，对 $b$ 值进行了空间和时间扫描，取得了多组不同方案和不同区域的 $b$ 值结果。限于篇幅，本文着重讨论唐山地震的孕育过程，仅给出与此有关的几个区域（如图1所示，其中 $T_2$ 和 $T_4$ 区合并后的区

域记作  $T_1$ ) 的 *b* 值时间扫描结果.

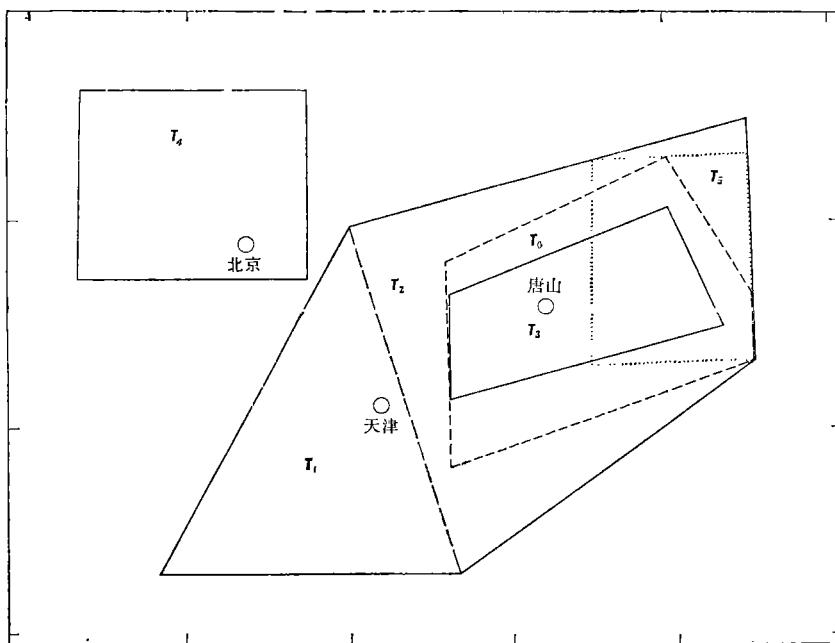


图 1 唐山及附近不同区域示意图

全部计算至少采用最大似然法和指数分布非线性最小二乘法两种方法进行,绝大多数情况下,它们的结果很接近. 本节曲线一律按最大似然法的数值标绘,而不同统计方法的比较将在下节进行. 除 7 级以上大震外,本文一律采用近震震级  $M_L = \log A_\mu + R(\Delta)$ , 这里  $A_\mu$  为地动位移,  $R(\Delta)$  为起算函数.

### (一) 唐山震源区 *b* 值时间扫描

图 1 中  $T_0$  区大致相当于唐山震源区, 它包含三次强震震中, 面积约为一万七千平方公里. 这个区域 *b* 值随时间变化, 如图 2 所示. 图中,  $b = 0.83$  的水平线是该区十年累计 *b* 值, 该区  $M_L \geq 4.0$  级的地震日期也同时标上.

图 2 表明, 可大致分为两个时期: 前五年 *b* 值在累计值附近摆动, 后五年大幅度偏离. 1971 年下半年开始, *b* 值迅速上升, 进入异常的第一阶段; 从 1973 年底到 1975 年底, *b* 值持续下降, 约有一年多的时间, 在 0.5 左右摆动, 最低值为 0.45, 幅度差达 0.88, 这是第 II 阶段; 1976 年初, *b* 值又有回升, 称为第 III 阶段.

抓住 *b* 值的这种变化过程, 就可以把十年内该区发生的四百个地震反常活动特点揭示出来(表 1).

1966 年 4 月—1968 年底, 各级地震月频度与十年累计值相近, 属于正常活动时期. 1969 年渤海地震(7 月 18 日,  $M = 7.4$ )前后, 此区小震活动显著增加, 1970 年 5 月 25 日还发生了  $M_L = 5.2$  的中强震, 尽管如此, *b* 值仍未明显变化. 第 II 阶段以后, 地震频度迅速下降, 发生了较多的中强地震, 小震比重降低. 第 III 阶段地震频度又有回升. 因此, 在

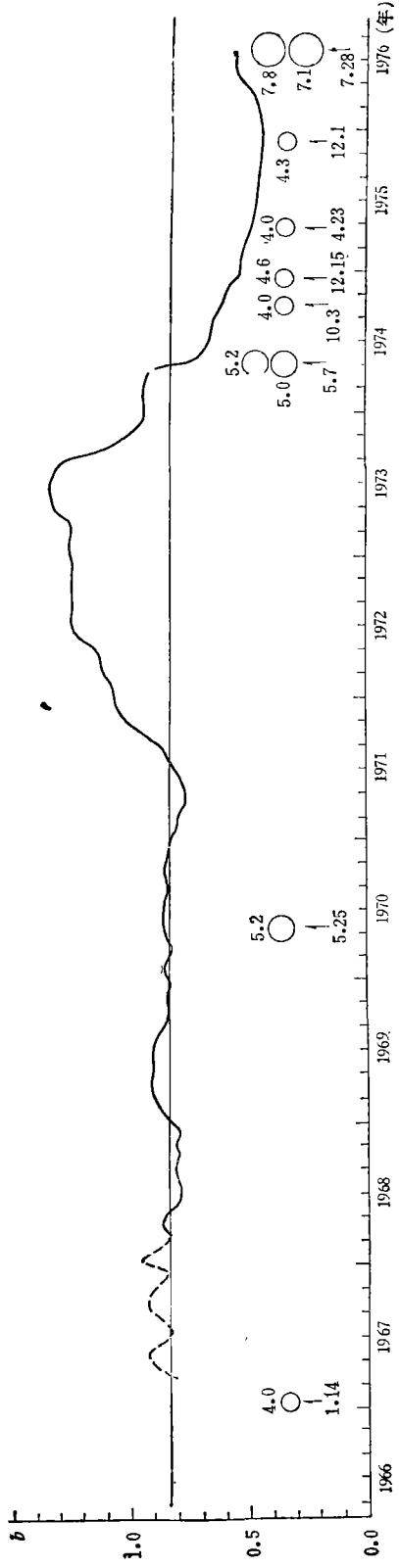


图 2  $T_0$  区  $b$  值时间扫描  
地震总数  $N = 400$  个, 起算震级  $M_0 = 2.0$ , 累计时间  $T = 721$  天(实线),  $T = 361$  天(虚线)。

表 1  $T_0$  区地震平均月频度

$b$ 值 异常 阶段	起迄时间	$M_L \geq 2.0$ 月平均数	该级地震占地震总数的百分比			$M_{L\max}$
			2.0—2.9	3.0—3.9	4.0—4.9	
	1966年4月—1968年12月	3.16	91%	8%	1%	4.0
	1969年1月—1971年8月	4.80	94%	5%	—	5.2
	1971年9月—1973年8月	3.45	95%	5%	—	3.4
	1973年9月—1975年12月	1.53	67.5%	18.5%	9.3%	5.2
	1976年1月—1976年7月27日	2.44	94%	6%	—	3.6
	1976年4月1日—1976年7月27日	3.22	90.8%	7.3%	1.2%	5.2

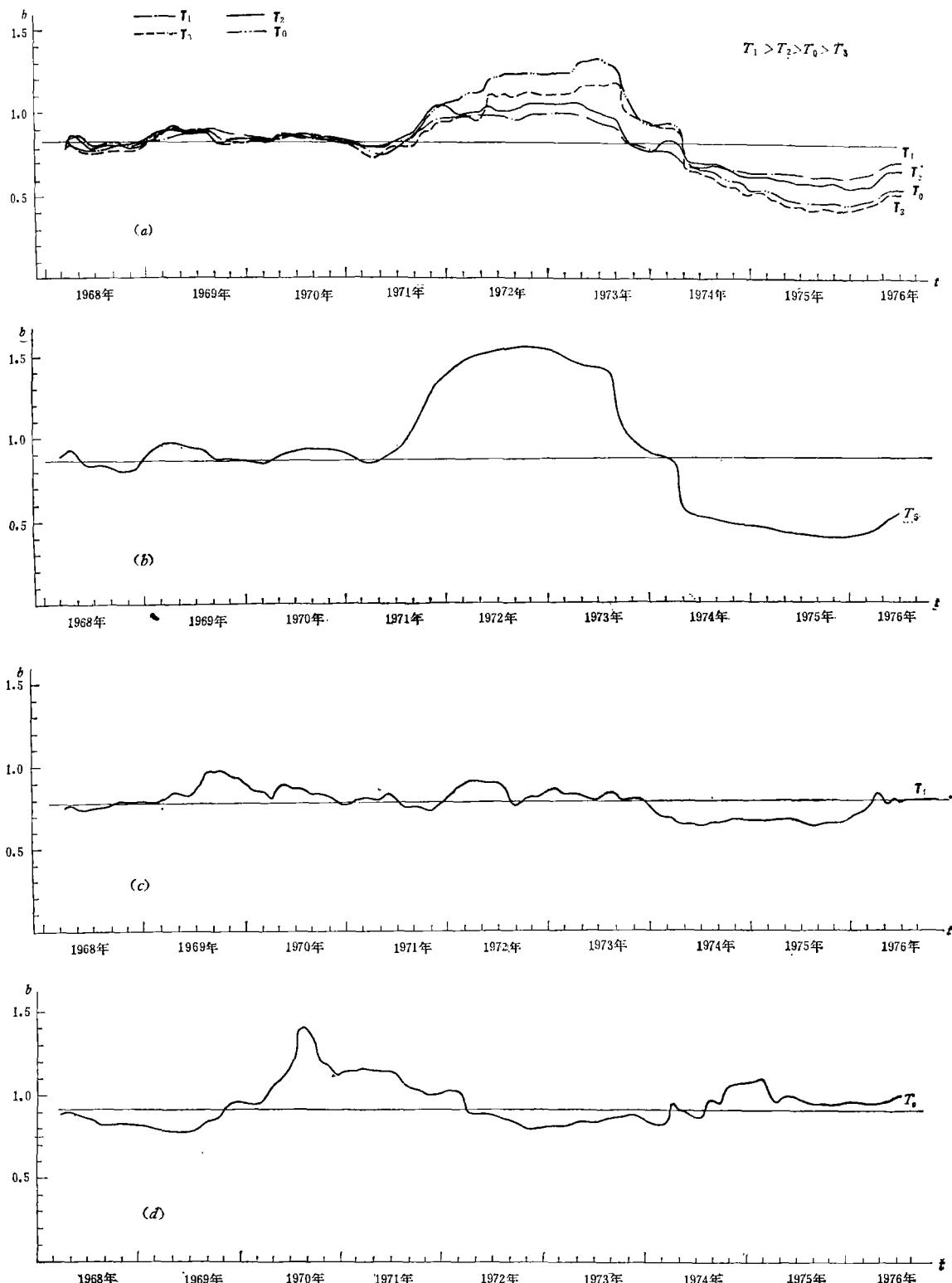


图 3 唐山震区附近几个区域  $b$  值时间扫描

累计时间  $T = 721$  天, 起算震级  $M_0 = 2.0$ .

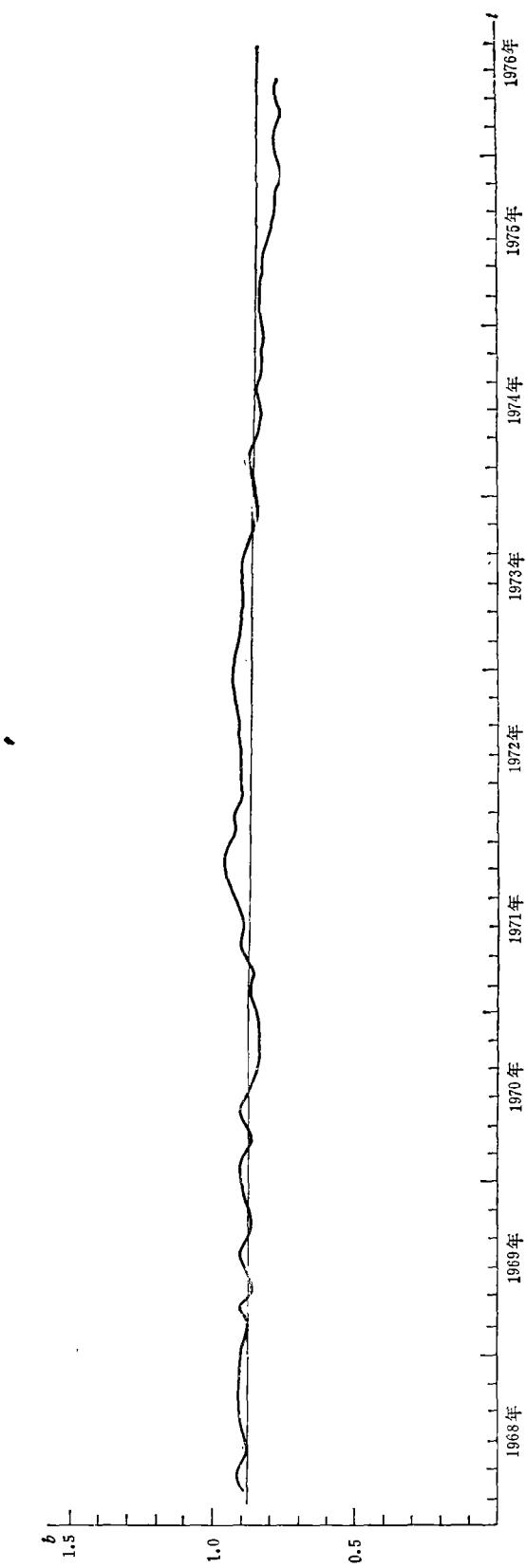


图 4 京津塘渤海地区  $b$  值时间扫描  
地震总数  $N = 1595$  个, 起算震级  $M_0 = 2.3$ , 累计时间 721 天。

*b*值异常变化时期,特别是在第Ⅱ、Ⅲ阶段中发生的地震,可认为是比较直接的“广义前震”,小震短缺的现象可概括为“缺余震的前震”。

为了弄清*b*值异常的范围,我们进一步比较了唐山及附近不同地区的计算结果。

## (二) 唐山震区附近几个区域*b*值时间扫描

从图1中选取与 $T_0$ 区相嵌的三个区 $T_1$ 、 $T_2$ 和 $T_3$ ( $T_1 > T_2 > T_0 > T_3$ ),以及只含第二次强震震中的 $T_5$ 区。它们的*b*值变化曲线如图3所示。对比图3a、b中五条曲线,它们呈现同步变化。直至1971年10月之前彼此差别不大。进入异常阶段后,异常形态虽一致,但异常量不同。面积最小的 $T_3$ 、 $T_5$ 区(面积近一万平方公里)*b*值异常幅度最大,如 $T_5$ 区异常幅度达1.10,其*b*值最低点降到0.40;而面积最大的(约四万五千平方公里)的 $T_4$ 区异常幅度最小,仅为0.4,最低*b*值0.6。 $T_1$ 区是由 $T_2$ 区及三角形区 $T_4$ 合并而成的,比较图3中 $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_4$ 曲线可见,异常主要集中在包括震源区的 $T_2$ ,而在 $T_4$ 区中,那里异常幅度很小,1976年初就已结束。北京附近的 $T_6$ 区(面积约为一万二千平方公里)*b*值变化形态(图3d),则完全不同。这说明*b*值异常的三个阶段是震源区所特有的,选区愈接近震源区,*b*值异常愈突出。(在*b*值负异常阶段, $T_3$ 区的误差没有超过 $T_1$ 区的误差。)

整个京津唐渤海张区域( $38^{\circ}$ — $41^{\circ}$ N,  $114^{\circ}$ — $119.5^{\circ}$ E, 面积约为十六万平方公里)*b*值随时间变化示于图4。虽然它包含了唐山震区,但没有明显异常,始终在十年累计值0.88附近摆动。这表明,选区太大,将掩盖异常。

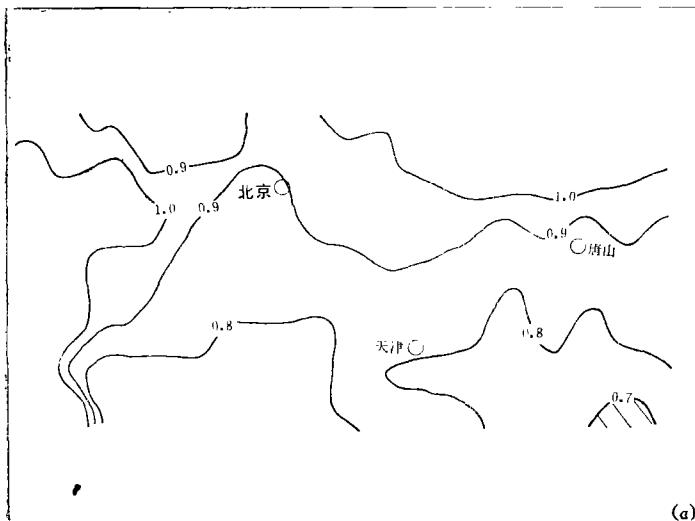
## (三) 京津唐渤海张地区*b*值空间扫描结果

空间扫描就是对于固定日期按一定几何形状的区域逐点计算*b*值,以滑动方式覆盖整个大区,然后描绘等*b*值线。依次比较不同日期的空间扫描图,可以看出低*b*值区的形成和转移过程。由于在这样大的范围内地震活动本身和台网控制能力都更加不均匀,我们提高了起算震级( $M_0 = 2.3$ )。同一张扫描图各点*b*值的统计质量不同,因此,分析时要着重于总的变化趋势,不要拘泥于细节。我们曾用圆形和不同形状的平行四边形进行扫描,定性特征是稳定的。比较了最大似然法和指数非线性最小二乘法,结果类似。

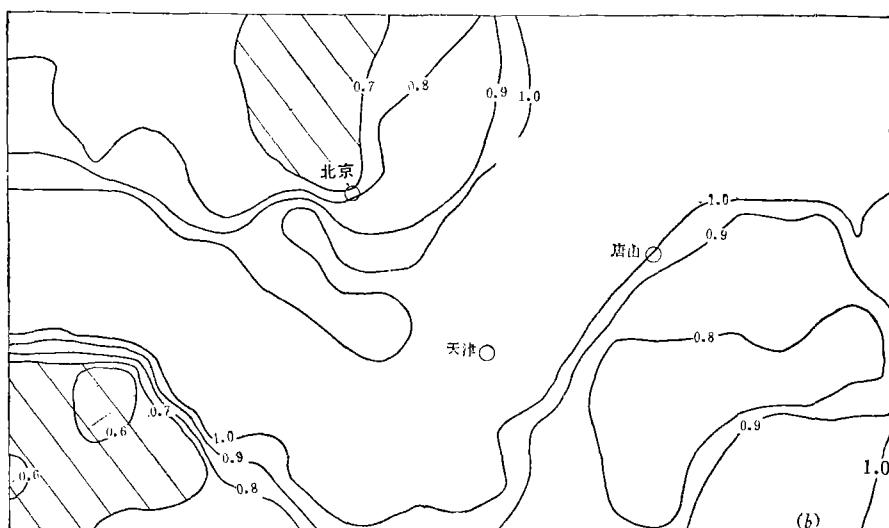
我们从不同日期的空间扫描图抽出6幅绘于图5。这些都是以面积约为22000平方公里的圆形(大致相当于 $1.5^{\circ} \times 1.5^{\circ}$ 的面积),作扫描单元,取截止日期前两年的地震按最大似然法结果绘出的。图5a的扫描范围较小,是受地震资料的限制。每张图中都只标出0.6—1.0的五条等*b*值线,凡是低于0.7的区域画上斜线,低于0.6的画上斜方格。

从这六幅图中可以清楚地看到,低*b*值区经历了由西向东迁移的过程。在1968年3月31日的图5a中基本上没有低*b*值区,与十年累计情况(图7)相类似。1972年12月31日图5b上南北两侧已出现低*b*值区。这两个低*b*值区向东南方向发展,汇成一块(图5c)。一条近南北向的高*b*值带把唐山与低*b*值区隔开。到了1974年11月30日(图5d),东面也出现了低*b*值区,原来南北向的高*b*值带消失,两个低*b*值区显示出汇合的趋势。应当指出,这正值海城地震前,东边的低*b*值区距海城约300公里,它与海城地震孕育的关系还有待研究。到1975年底,两个低*b*值区在唐山附近汇成一片。这正是唐山本身*b*值时间扫描图上达到最低值的时期。此后,低*b*值区面积有所收缩(图5f),对应时间扫描图上*b*值回升。

有了全区*b*值变化的概念,再考察中强震的震中分布(图6),可看出唐山地震孕育过



(a)



(b)

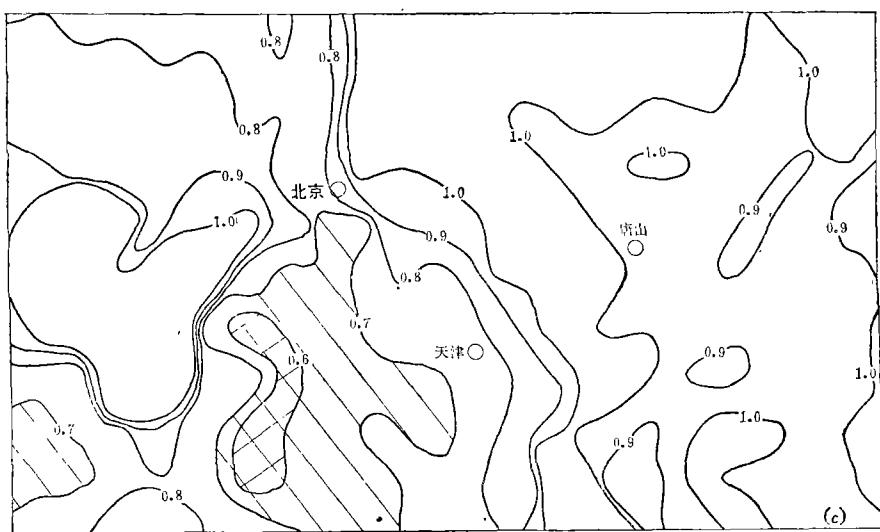
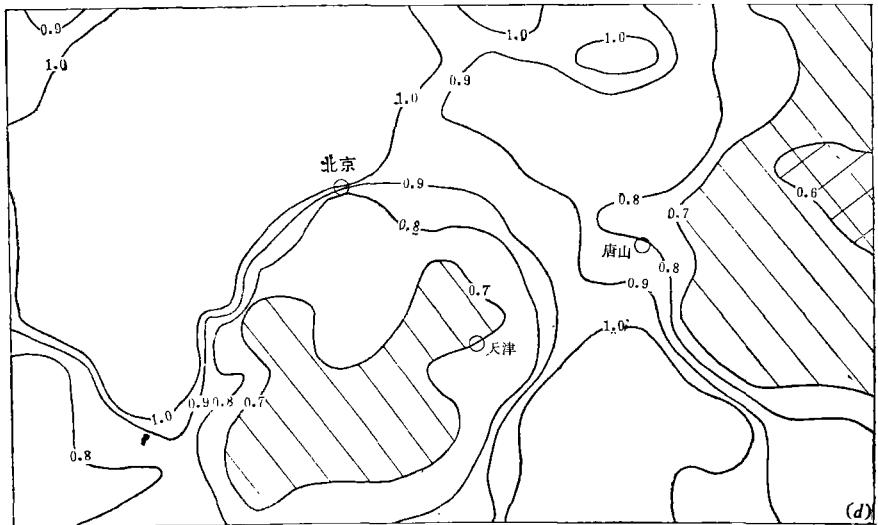
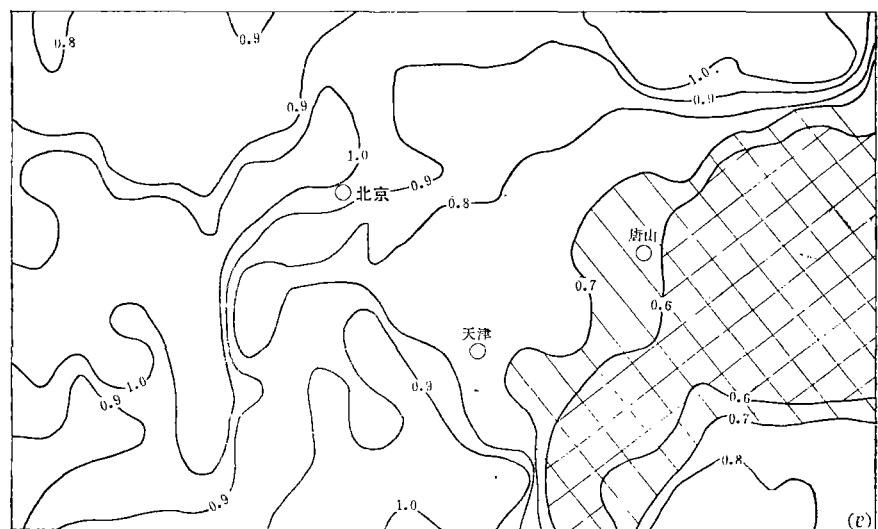


图 5 京津唐渤海地区

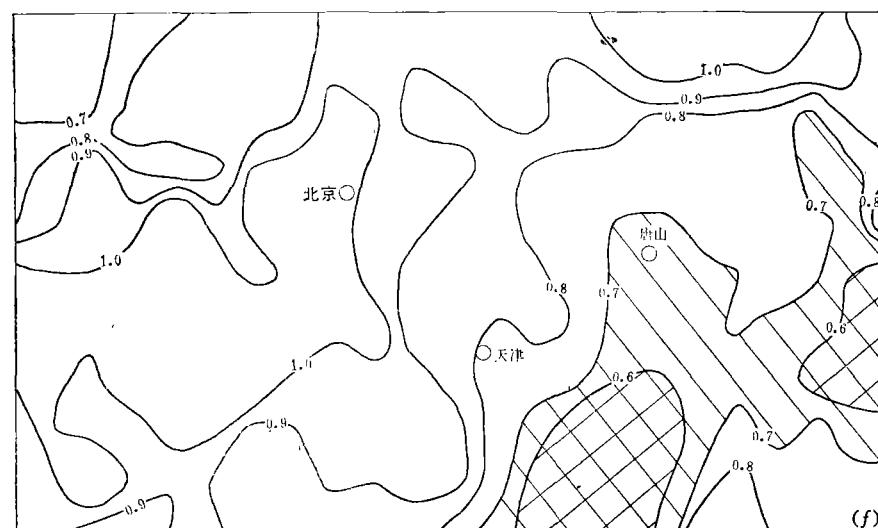
(a) 1966.4.1—1968.3.31; (b) 1970.1.1—1972.12.31; (c) 1972.5.1—1974.4.30;



(d)



(e)



(f)

不同日期  $b$  值空间扫描

(d) 1972.12.1—1974.11.30; (e) 1974.1.1—1975.12.31; (f) 1974.6.1—1976.5.31.

程中震中分布的变化。1973年下半年之前，震中分散在全区（图6a）。1973年下半年以后，震中移到东部（图6b）。1973年9月到1974年4月，震中集中于中部，1974年5月到1975年底，大部分在震源区，最后阶段又离开此区。

如果采用相当长的累计期间作空间扫描，各点 $b$ 值的显著差别也随之消失。图7中

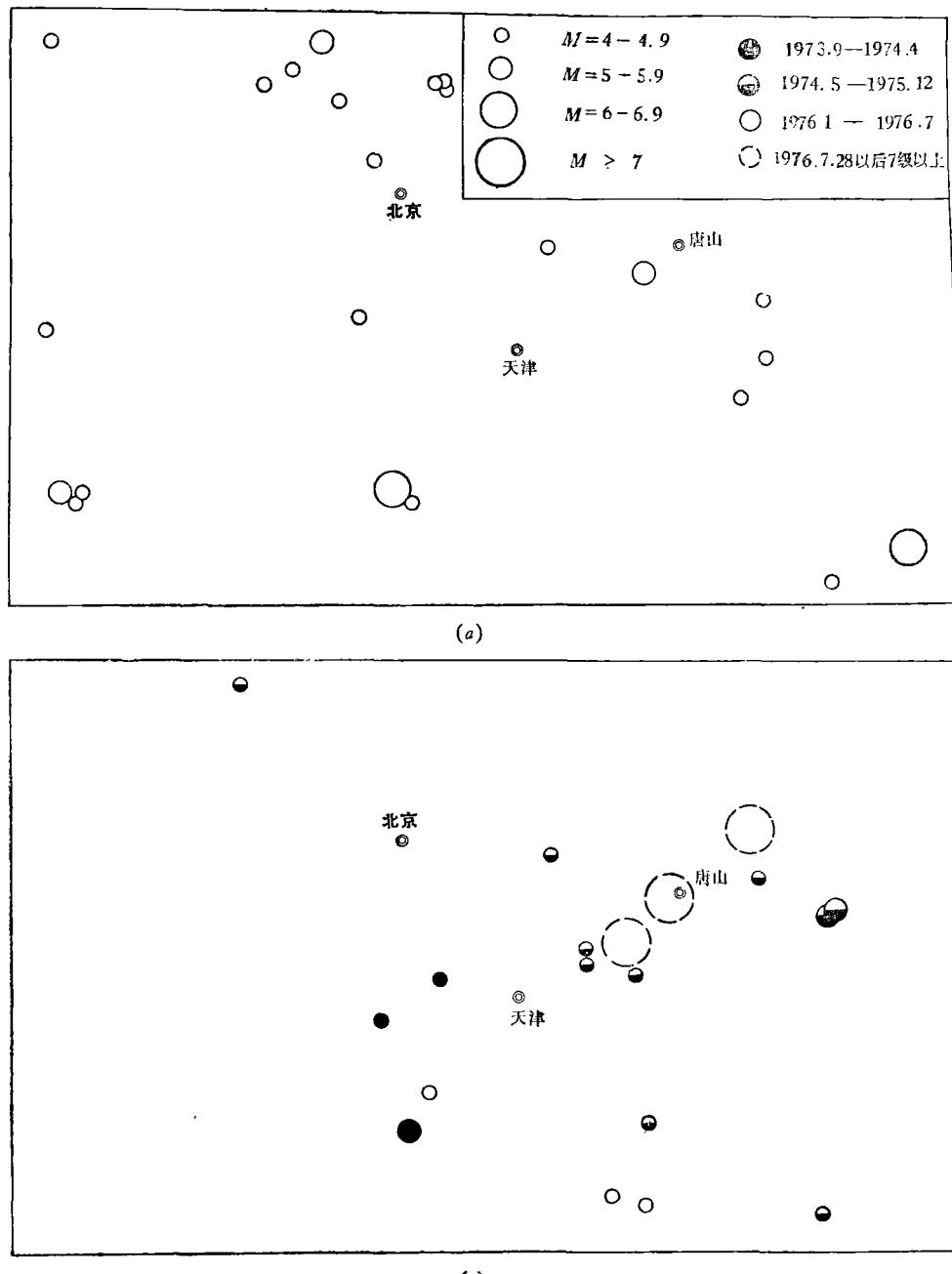


图 6  $M_L \geq 4.0$  震中分布图

(a) 1966.4.1—1973.8; (b) 1973.9—1976.7.27.

黑线框内是十年累计值, 框外是 1971 年至 1976 年 7 月 27 日的累计值。期间不同是受地震资料限制。在多数衔接地区, 两种累计  $b$  值相当接近, 在这张图上, 唐山附近地区没有任何异常。

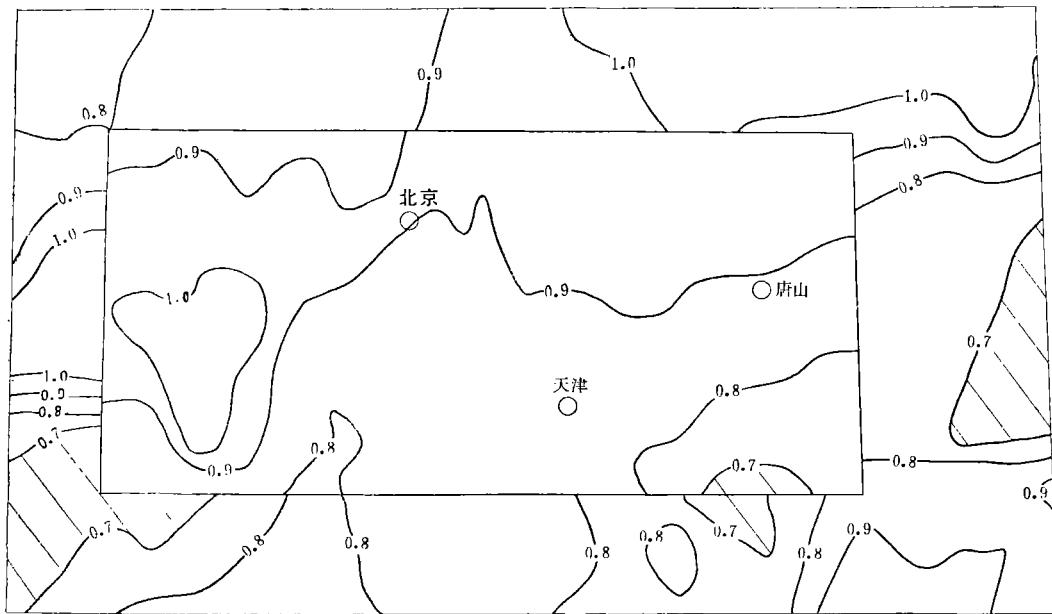


图 7 京津唐渤海地区  $b$  值空间扫描

黑线框内是 1966 年 4 月—1976 年 7 月 27 日累计值, 框外是 1971 年—1976 年 7 月 27 日累计值。

#### (四) 其它震例的比较

图 8a-d 分别给出海城地震 (1975 年 12 月 4 日,  $M = 7.3$ ), 永善地震 (1974 年 5 月 11 日,  $M = 7.1$ ), 龙陵地震 (1976 年 5 月 31 日,  $M = 7.5$  和  $7.6$ ) 以及松潘地震 (1973 年 8 月 11 日,  $M = 6.7$ ; 1976 年 8 月 16 日和 22 日, 两次  $M = 7.2$ ) 前几年  $b$  值的变化情况。数据全部取自各省地震局提供的目录。由于台网控制不均匀, 不能从大范围的空间扫描中得出确定的结果。由于资料覆盖时期短, 没有算出长期累计  $b$  值, 只用虚线标出 0.90 的水平。虽然形态不完整, 但  $b$  值都有负异常和回升的趋势, 最低值都曾达到 0.5 附近。

我国西南地区地震活动水平高于华北, 故计算永善、龙陵、松潘三组地震  $b$  值时采用了 361 天累计。松潘地区在 1973 年 8 月发生过  $M = 6.7$  地震, 它的余震和 1976 年 8 月 7 级地震的前震交错在一起, 使  $b$  值一度抬高, 呈现更为复杂的变化形态。

$b$  值的变化与地震活动性的涨落并不是一回事。这可以从一般震群型地震的  $b$  值曲线看出来。太原地区 (面积约八千平方公里), 从 1972 年 1 月到 1976 年 12 月记录到  $M_L \geq 2.0$  地震 419 次, 平均每月 7 次, 其中 1976 年 6 月至 12 月每月平均 25.6 次, 远远高于唐山地区活动水平。图 9 给出  $b$  值与地震活动性  $A$  ( $A = \log N_{2.0}$ ) 的变化。 $b$  值无异常, 与  $A$  的变化也不同步。这个地区至今没有发生强烈地震。

本节着重讨论了唐山地区的  $b$  值。在反复研究这个震例的过程中, 我们深感这次大震前  $b$  值的负异常表现得极为“顽强”。一方面, 采用不同的统计方法, 不同的起算震级,

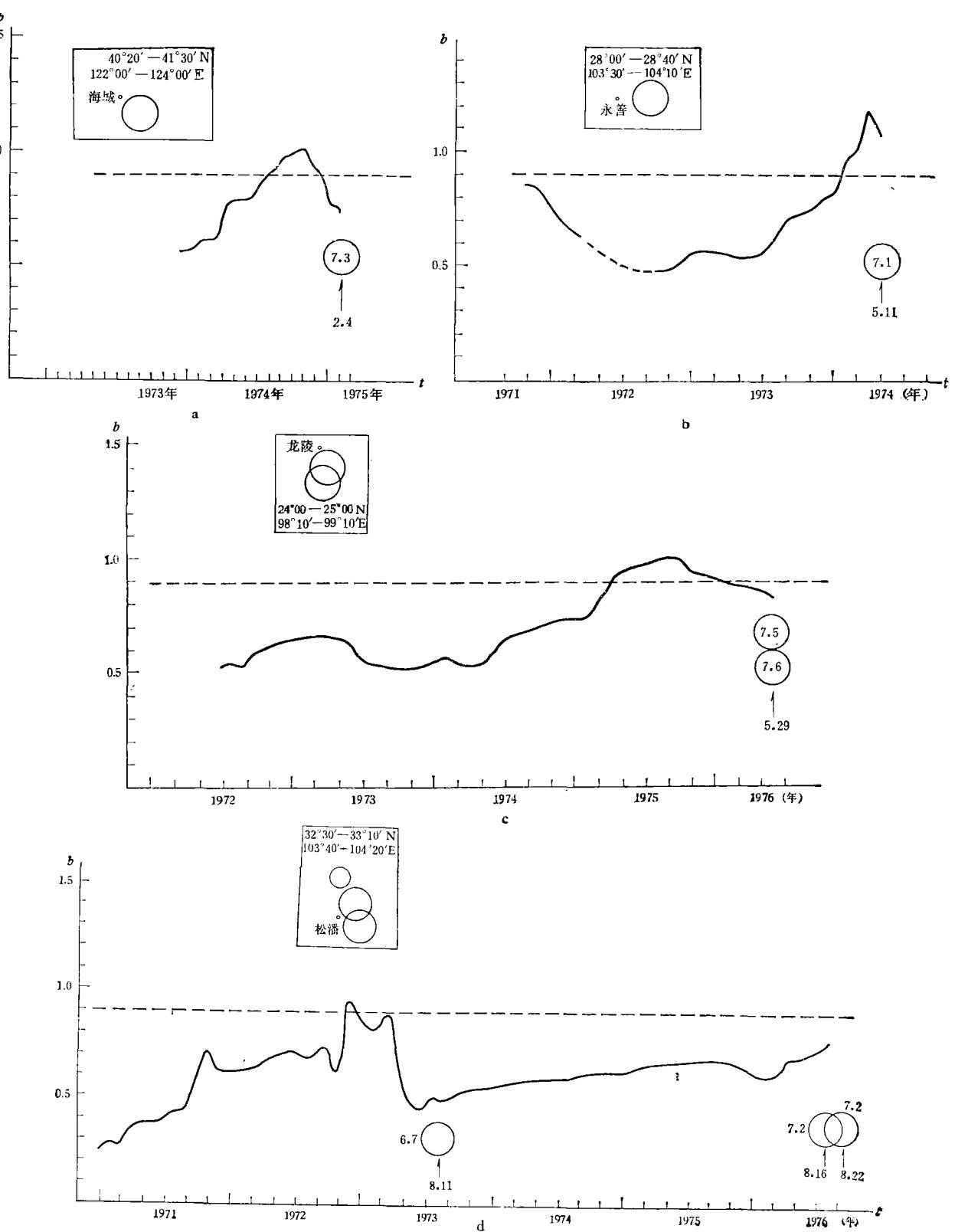


图 8 其它四次 7 级以上地震前  $b$  值时间扫描

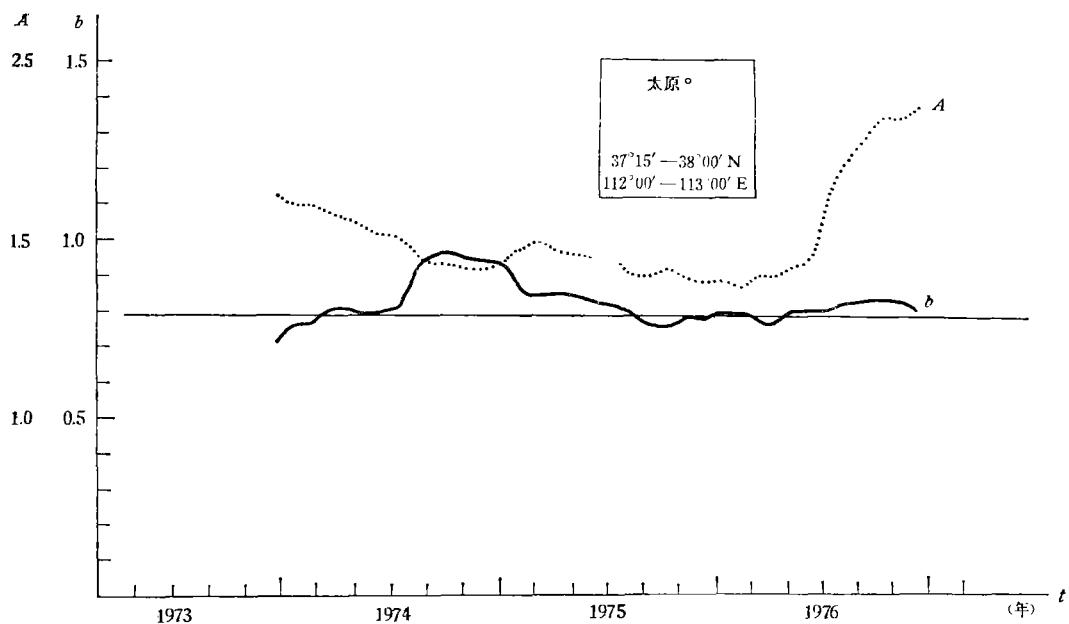


图9 太原震群 *b* 值时间扫描及地震活动性 *A* 时间扫描

不同的分档方式,在 *b* 值负异常时期都得出相当接近的结果;另一方面,我们先后使用了完备和准确程度颇不相同的地震目录,从最初只校核了部分震级,后来校核了全部震级,到参阅河北、山东等省地震局的目录,补充了一百多个地震的最后方案, *b* 值变化的基本形态始终没有变,只是负异常更加突出。加上其它几次大地震前 *b* 值负异常的实例,我们确信这一结果是比较可靠的。

### 三、*b* 值统计分析方法

#### (一) 指数分布的非线性最小二乘拟合

统计分析的出发点是地震频度随震级按指数分布

$$n(M) = \exp(a' - bM) \quad (1)$$

为书写方便,公式中一律用以  $e$  为底的指数,数值计算时再换成以 10 为底,以求与习惯用法一致。引入  $X = M - M_0$ , 其中  $M_0$  为起算震级。

微分频度

$$n(X) = \exp(a - bX), \quad a = a' - bM_0. \quad (2)$$

累计频度

$$N(x) = \int_x^{\infty} n(t) dt = \exp(A - bX), \quad A = a - \ln b. \quad (3)$$

$M_0$  级以上地震总数  $N \equiv N(0) = e^A$ ,  $A$  通常称为地震活动性。

通常的作法是先将地震频度取对数,作线性最小二乘拟合,或用宇津公式<sup>[4]</sup>,即最大似然法<sup>[5]</sup>来估计 *b* 值,

$$b = \frac{N}{\sum_{i=1}^N (M_i - M_0)}. \quad (4)$$

95% 置信度的标准差

$$\Delta b = 1.96 \sqrt{\frac{b}{N}}. \quad (5)$$

我们采取直接对指数分布(3)作最小二乘拟合,确定  $A$ 、 $b$  的非线性方程组是

$$F(A, b) \equiv - \sum_{i=1}^m e^{A-bX_i} (N_i - e^{A-bX_i}) = 0,$$

$$G(A, b) \equiv \sum_{i=1}^m X_i e^{A-bX_i} (N_i - e^{A-bX_i}) = 0. \quad (6)$$

这里  $X_i$  和  $N_i$  分别是分档节点和相应的累计观测频度,  $m$  是分档总数。计算实践表明,选取其它方法求得的  $A$ 、 $b$  作初值, 进行很少几次迭代, 即可求得收敛的结果。将误差分布函数在极值附近展开, 可求出 95% 置信度的标准差

$$\Delta b = 1.96 \sigma \left( \frac{F_A}{F_A G_b - F_b^2} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

这里  $F_A$ 、 $G_b$  等是相应的偏导数,

$$\sigma^2 = \frac{1}{(m-2)} \sum_{i=1}^m (N_i - e^{A-bX_i})^2. \quad (8)$$

公式推导见附录。

作为准确的公式, 是否取对数, 没有任何区别; 但作为逼近公式, 两者有很大差别。在线性最小二乘法中, 由于对频度先取对数, 个数很少的大震对拟合直线影响太大, 使结果很不稳定。不少作者都已注意到这个问题, 但没有找到解决的办法。指数最小二乘法完全克服了这种缺陷。绝大多数情况下, 指数最小二乘与最大似然结果非常相近。有些作者仅仅根据线性最小二乘与最大似然有时结果差别较大, 就得出两种估值方法有显著差异的结论是不正确的。实际上差异是由于先取对数引起的。

## (二) 不同方法的比较

长期以来, 在  $b$  值分析问题上存在很大混乱, 不同作者、不同方法给出的结果有时差别很大, 对起算震级及分档方式比较敏感, 因而对  $b$  值的客观性和可信程度产生很大怀疑。

为了弄清这个问题, 我们反复比较了各种方法, 并分析了差异的原因。现在以唐山附近  $T_0$  区为例, 叙述比较的结果。若不加特别说明, 起算震级均为 2.0, 按 0.3 级分档, 721 天累计。从 1966 年 4 月至 1976 年 7 月 27 日, 这个地区共记录地震 400 次 ( $M_L \geq 2.0$ ), 图 10 中绘出四种方法的计算结果。可以清楚地看出, 虽然不同方法的结果有差别, 但总的变化趋势是一致的。1971 年 9 月以后的正异常和 1974 年 5 月以后的负异常是各种方法所共有的。特别是在负异常阶段, 各种方法给出的结果在数值上都很接近。这说明母体确实遵从指数分布, 不管用什么方法逼近, 结果都相同。

1969 年 1 月至 1971 年 8 月, 线性方法给出有正异常, 指数法和最大似然法却没有, 结

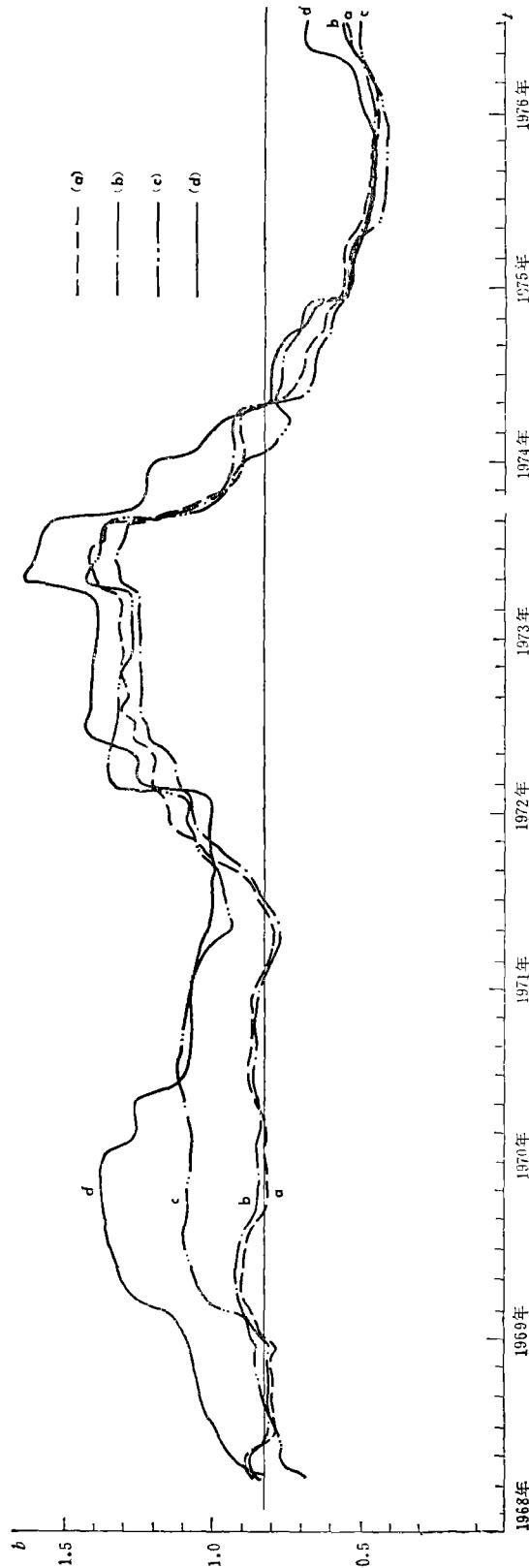


图 10  $T_n$  区不同方法  $b$  值时间扫描比较  
 (a) 指数非线性最小二乘; (b) 最大似然; (c) 微分频度线性最小二乘; (d) 累计频度线性最小二乘.

果有较大差别,说明母体偏离单一的指数分布。图 11 给出  $T_0$  区 1969 年 9 月 12 日前 721

天累计频度的观测分布(共 104 个地震)和指数法及线性法拟合的结果。从全局看,指数法(最大似然法结果类似)逼近较好,线性法过分夸大了大震的作用。线性法的优点是很“敏感”,对指数分布偏离不大时就有反映。

最大似然法的相对误差估计(见(5)式),不考虑样本的具体性质,完全由大数定律得出,指数非线性最小二乘的误差估计式(7)考虑样本的具体性质,比较准确地反映了估值的有效程度。由图 12a 看出,最大似然与指数法结果的差异在指数法的误差范围内。 $b$  值的正负异常远远超出了误差界限,是统计可信的。特别在负异常区,误差很小,表明母体确实遵从单一的指数分布。由图 12b 看出,线性法的误差大,但误差变化也反映逼近程度,1969 年 1 月—1971 年 8 月的异常在误差范围内,可信程度不高,但后期的正、负异常幅度都超过了误差界限。

$b$  值的具体数值与起算震级和分档方式有关,特别是对线性最小二乘等方法。但  $b$  值的变化趋势与此无关。图 13 绘出以不同起算震级和分档方式用最大似然法的时间扫描结果。可以看出, $b$  值异常是稳定的,大震前结果更为一致。起算震级不能选得太低,以避免漏记,也不能太高,以避免丢失信息。对累计频度和最大似然法分档方式影响不大,对微分频度以选取 0.3—0.5 级为宜。

不同方法优缺点的比较可简要地概括在表 2 中。

表 2 几种统计分析方法比较

分析方法	全局逼近程度	统计检验状况	误差估计状况	少数大震影响	对偏离指数敏感程度	分档方式影响	计算简便程度
最大似然法	较好	较易通过	不准确	不显著	不甚敏感	不显著	最简
指数最小二乘	较好	较易通过	较准确	不显著、显著	不甚敏感	不显著	最繁
累计频度线性最小二乘	较差	较难通过	较准确	显著	敏感	不显著	较简
微分频度线性最小二乘	较差	较难通过	较准确	显著	敏感	显著	较简

### (三) 统计检验

为了定量地说明统计分析的可靠程度,必须进行统计检验。对于最小二乘法,最简单

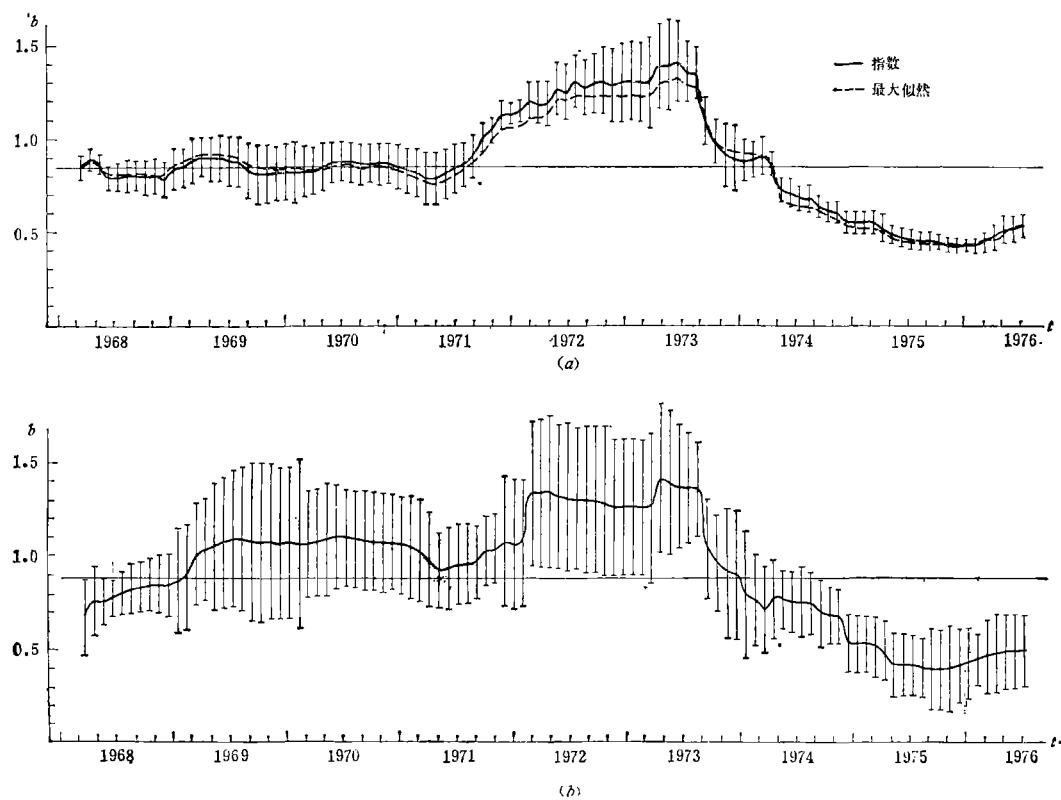


图 12 95% 信度的标准差

(a) 指数最小二乘误差范围及最大似然结果;  
 (b) 微分频度线性最小二乘误差范围.

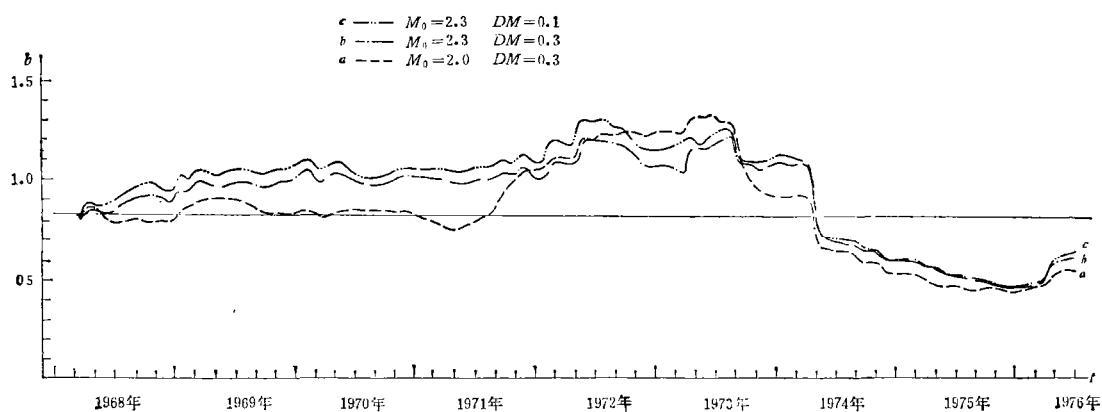


图 13 最大似然法不同起算震级与分档方式比较

a  $M_0 = 2.0, 0.3$  分档; b  $M_0 = 2.3, 0.3$  分档; c  $M_0 = 2.3, 0.1$  分档.

的是相关性检验,即计算相关系数

$$r = \left( 1 - \frac{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \right)^{1/2},$$

这里  $\bar{y}$  是平均值,  $\bar{y}_i$  是拟合值,对指数法是  $\exp(A - bX_i)$ , 对线性法是  $(A - bX_i)$ . 这种检验比较“松”,不同方法给出的结果往往都能通过(置信度有时可达 99%),但用其它方法仍可检验出这些结果的差异. 宇津<sup>[31]</sup>用  $F$ ——检验判别不同时间、空间区域得出的  $b$  值是否有显著差异. Procházkova<sup>[7]</sup>对一组欧洲地震用不同方法求  $b$  值,用  $\chi^2$  和 Kolmogorov-Smirnov (以下简称  $K-S$ ) 检验其优劣. 她的结论很可疑,因为所选取的这组地震时空范围大,明显地偏离指数分布.

我们对各种方法得出的估值进行了  $\chi^2$  及  $K-S$  检验. 为清晰起见,图 14 中只给出最大似然和累计频度线性最小二乘的结果,指数最小二乘与最大似然结果接近,微分频度介于二者之间. 图中标出的是相对于 0.05 显著水平的相对值,未给出的表示检验通不过. 可以看出,最大似然(以及指数最小二乘)得出的结果较好,  $K-S$  检验均能通过,  $\chi^2$  检验也大都能通过,线性最小二乘较差. 但是,在有异常期间,各种方法都能通过检验,再次证明母体遵从单一的指数分布.

为了证实  $b$  值变化的显著性,我们对同一地区不同时间和同一时间不同地区求出的  $b$  值进行了  $F$  和  $K-S$  检验. 图 15 中绘出  $T_0$  区 1976 年 2 月 8 日和 1973 年 8 月 22 日前各 721 天累计  $b$  值的比较. 估值分布很好地逼近观测分布,各种统计检验在 0.05 显著水平上均能通过. 两个观测分布最大差异为 0.41, 估值分布为 0.40, 均大于  $\varepsilon_{K-S}^{0.01}(42, 81) = 0.30$ .  $b_2/b_1 = 3.1$ , 远大于  $F_{0.01}(84, 162) = 1.54$ . 差异是显著的. 对空间变化,结果也类似. 进行 1974—1975 两年扫描时,对以  $(40^\circ 00', 116^\circ 15')$  和  $(39^\circ 15', 118^\circ 30')$  为中

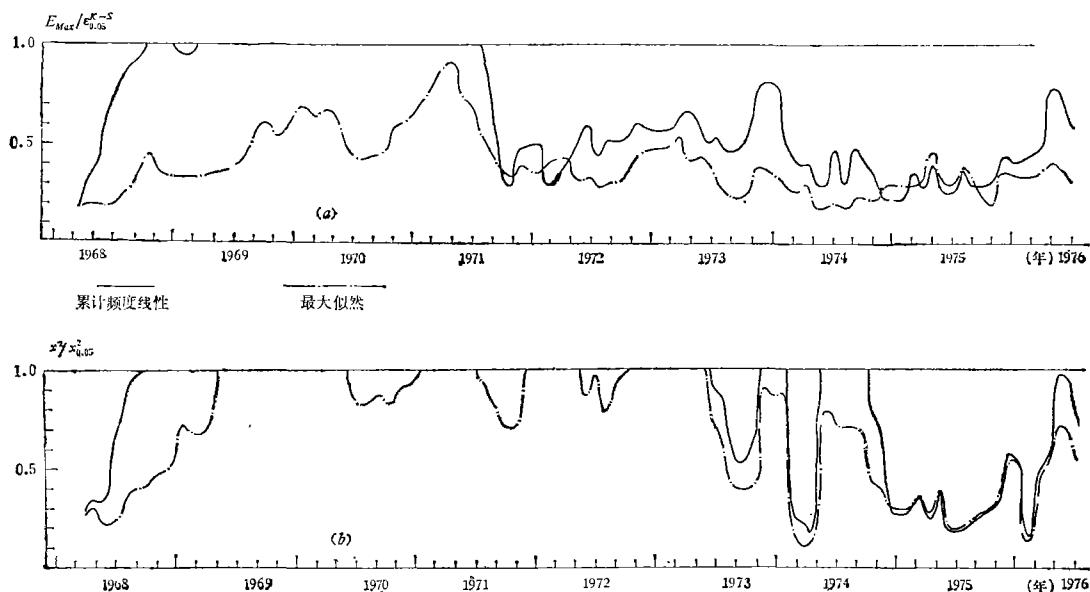
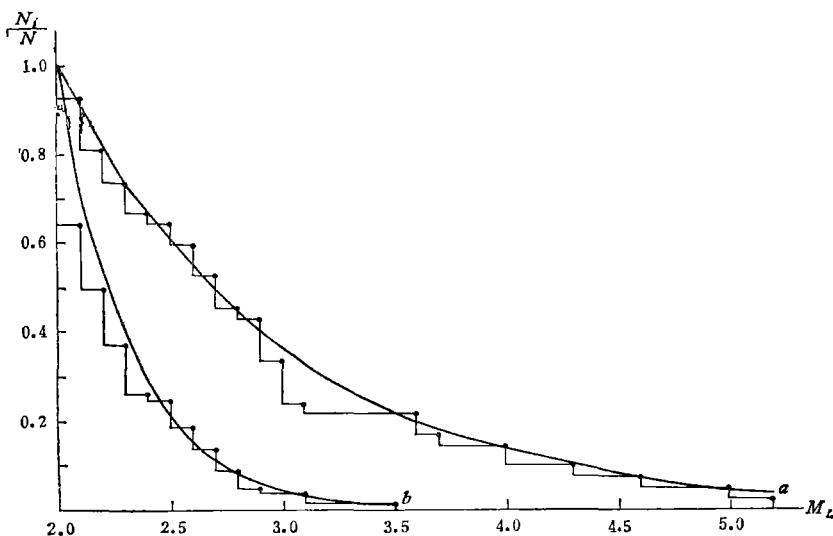


图 14 统计检验结果  
(a)  $K-S$  检验; (b)  $\chi^2$  检验.

图 15  $T_0$  区  $b$  值时间扫描显著性检验

a—1976年2月8日前721天, 42个地震,  $b = 0.44 \pm 0.03$ .

b—1973年8月22日前721天, 81个地震,  $b = 1.36 \pm 0.14$ .

心, 面积约为 22000 平方公里的圆面积求  $b$  值, 分别得  $b_1 = 1.01 \pm 0.18$ ,  $b_2 = 0.48 \pm 0.06$ , 统计检验也都能通过. 相应的地震数  $N_1 = 28$ ,  $N_2 = 27$ ,  $b_1/b_2 = 2.1$ , 大于  $F_{0.01}(54, 56) = 1.89$ , 差异也是显著的.

综前所述, 指数非线性最小二乘和最大似然法能较好地逼近观测分布. 只要母体遵从单一的指数分布, 不同统计方法求得的  $b$  值差别不大, 统计误差小, 统计检验也通得过. 如果母体偏离单一的指数分布, 不同方法的结果有差别. 从唐山震例中可以清楚地看出: 不同方法求得的  $b$  值由不一致—一致—稍有差别; 统计误差由大—变小—稍大; 统计检验由通不过—通过. 这都表明唐山地震前确实经历了从非单一指数分布到单一指数分布的变化过程.  $b$  值负异常发生在单一指数分布阶段, 因此是统计可信的. 本节中用到的数据统计知识大部分可在参考资料[30]中找到.

#### 四、 $b$ 值的物理意义

$b$  值不仅是一个统计分析参数, 它有直接的物理意义. 对于地震这样复杂的自然过程, 在目前的认识水平上, 只引入少量参数和简单概念的唯象理论比细致具体的模型更为重要. 六十年代茂木<sup>[1]</sup>和肖尔茨<sup>[2]</sup>在关于岩石破碎试验的论文中提出了这样一个唯象理论的框架. 我们认为, 它可以推广到地震的情形. 本节中抽取和发挥这一理论的基本思想, 说明  $b$  值的物理意义, 并解释前面所得的结果.

如果一个地区处于应力场作用下, 根据弹性力学的一般概念, 可以引入平均应力

$$\bar{\sigma}_{ie} = \frac{1}{2V} \oint (P_i X_e + P_e X_i) d\ell,$$

这里  $P_i$  是作用在边界上的力,  $x_e$  是坐标,  $V$  是体积, 对表面积分. 平均应力的引入并不要求均匀, 而且对每一个应力分量都可以进行平均. 在这个简单的唯象理论中, 只考虑起主

要作用的分量,记作  $\bar{\sigma}$ .

假如应力场是均匀的,则把这个区域分割成许多小块,每个小块的平均应力都是  $\bar{\sigma}$ . 有内部不均匀性存在时,  $\sigma$  的值可能在  $\bar{\sigma}$  附近涨落,用分布函数  $f(\sigma, \bar{\sigma})$  来描述(图 16(a)).

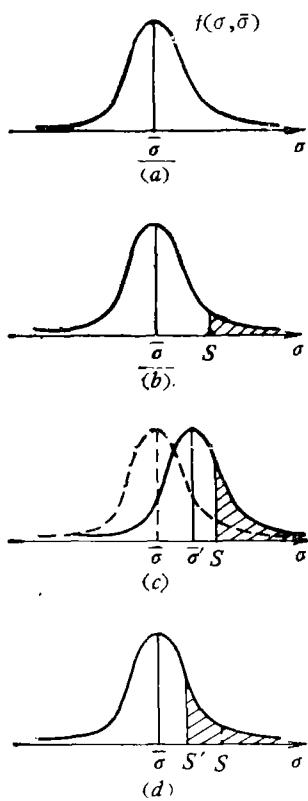


图 16

只要外部应力压倒内部不均匀性而成为矛盾的主要方面,对于整个地区就可以使用统一的分布函数  $f$ . 对于这个地区还可以定义一个平均强度  $S$ ,当局部应力  $\sigma \geq S$  时就有发生破裂的危险. 危险的大小可由分布函数  $f(\sigma, \bar{\sigma})$  的积分表示:

$$F = \int_s^\infty f(\sigma, \bar{\sigma}) d\bar{\sigma},$$

这就是图 16(b) 中斜线下的部分,可以叫做“危险面积”. 茂木和肖尔茨提出的唯象理论的最主要结果,就是频度—震级关系中的  $b$  值正比于图 16(b) 中剩下的“安全面积”:

$$b = c(1 - F).$$

比例系数  $c$  是一个数值在 1 左右的常数.

$b$  值下降有两种原因. 一种情形是平均应力  $\bar{\sigma}$  上升(图 16(c) 中  $\bar{\sigma}' > \bar{\sigma}$ ),整个分布的中心向右移动,危险面积增大. 另一种原因是平均强度  $S$  下降(图 16(d) 中  $S' < S$ ),安全面积因之缩小. 实际上当然是两种因素交错.

借助这个物理图象,可以解释破坏性地震前  $b$  值变化的过程. 开始,作用在孕震区的平均应力升高,消除了许多小范围的不稳定状态,致使平均强度  $S$  上升,

$b$  值也离开正常值上升,这是第 I 阶段. 随之而来的是以平均应力  $\bar{\sigma}$  持续上升为主要特征的第 II 阶段,这时  $b$  值下降. 第 III 阶段  $b$  值的回升可能是由于动态强化或应力更向断裂面集中,周围区域应力释放引起的. 这就解释了图 2  $T_0$  区  $b$  值时间扫描的结果. 有的震例(如海城、龙陵)发震前还有  $b$  值再度下降的现象,这可能与具体的断层构造有关,不宜在唯象理论范围内寻求过于细致的解释.  $b$  值空间扫描的结果,说明有一个应力集中和转移的过程.

$b$  值变化反映的孕震过程还有一个重要的侧面. 本节对  $b$  值物理意义的解释本质上是统计的,分布函数  $f$  的引入反映了介质内部的不均匀性,但是使用统一的  $\bar{\sigma}$ 、 $S$  和同一个函数  $f$  来描述,又表现了所取时空范围的均匀性. 这个均匀或不均匀不是一成不变的. 平应力  $\bar{\sigma}$  的作用范围加大,会使不均匀性退居次要地位,扩大使用同一套  $\bar{\sigma}$ 、 $S$  和  $f$  的区域.  $b$  值本身是由地震目录用统计方法确定的. 如果所取的时、空范围确实由统一的应力场控制,母体遵从单一的指数分布,统计误差必然小,不同方法得出的结果也必然一致,统计检验也能通过. 反之,人为地把不属于同一应力场控制的地区和时期放到一起来计算  $b$  值,其统计误差必然较大.(当然,如果时空范围太大,如图 4 所表示,对整个京津

唐渤海地区求 *b* 值, 求得的实际是某种再次平均了的结果, 统计误差也不大.) 本文第三节所描述的唐山孕震过程中 *b* 值统计误差的变化清楚地表明, 在 *b* 值负异常时, 即高应力阶段, 孕震区确实处于统一的应力场控制之下.

本节对 *b* 值物理意义唯象讨论的特点就是简单地反映了事物的主要方面. 它甚至不受具体孕震模型的限制, 因而还大有发展的余地. 例如, 完全可以改换一下语言, 把平均应力  $\bar{\sigma}$  和平均强度  $S$ , 换成介质中贮存的平均势能密度  $\varepsilon$  和平均能量密度极限  $\varepsilon_{\max}$  (这是某些苏联人提出的“能量模型”<sup>[3]</sup>中的两个参量), 全部讨论也是成立的.

## 五、*b* 值分析的历史回顾

*b* 值计算属于地震资料统计分析中最简单易行的一种, 已经发表了大量文章. 宇津在 1971 年宣称<sup>[8]</sup>, 他知道 250 篇以上文献, 并且引用了其中的相当一部分. 然而, 对于不同地区或不同时期 *b* 值究竟有没有变化, 直到不久前还存在完全对立的看法. 下面扼要回顾与本文有直接关系的部分文献.

古登堡和里希特最早提出  $\log n = a - bM$  关系时, 就认为系数 *b* 对于各个地震区域具有不同的数值<sup>[9]</sup>. 当时认为每个区域的 *b* 值是稳定的, 不随时间变化.

铃木<sup>[6]</sup>则持反对意见, 认为各个区域 *b* 值大体不变, 一切时空变化源于观测和统计处理的误差. 同一时期, 苏联人<sup>[10]</sup>也认为频度—能量关系中的参数  $\gamma$  (它与 *b* 差一恒定因子) 是常数, 并从而发展了地震活动性区划的整套方法. 此后, 不断出现对立意见<sup>[11-14]</sup>. 资料[15, 16]指出 *b* 值(或  $\gamma$ ) 随震源深度变化.

至于同一地区内 *b* 值随时间的变化, 讨论开始得晚一些. 首先是前震序列的 *b* 值明显低于余震序列. 末广等人最早的几组结果综述在资料[17]中, 新西兰<sup>[18]</sup>, 希腊<sup>[19]</sup>和我国海城地震序列<sup>[20]</sup>也有类似情况. 这是与我们对 *b* 值的定性理解一致的. 其次, 有几组工作<sup>[21-23]</sup>分析了特定区域内 *b* 值的长期变化, 发现低 *b* 值对应能量释放曲线上大陆度部分, 而且在这段时期内通常要发生几次大地震. 由于这些工作中空间范围取得太大(最短边长也跨经纬四度以上), 时间窗口开得太长(五年或十年), 起算震级太高(一般  $M_0 \geq 6$ ), 不可能对于单个地震的孕育过程暴露出本文前面所揭示的规律. 关于 1957 年日本伊豆新岛近海震群(主震  $M = 6.3$ ) 前四天内 *b* 值分别为 0.53, 0.44, 0.67, 0.69 的报道<sup>[24]</sup>, 据我们所知是第一次发现大震前 *b* 值降低现象. 1970 年美国加州两次震群前, 也有类似情况<sup>[25]</sup>. 可惜观测时间太短, 无法得出令人信服的结论. 单个地震前 *b* 值变化形态与本文最接近的, 应推资料[26]中关于 1970 年阿拉斯加地震余震序列中一次  $M = 3.0$  小震前后 *b* 值变化的分析, 其中得出了 *b* 值高—低—回升的全过程, 被认为是膨胀模型的证明之一<sup>[27]</sup>. 单个大地震前的所谓“极端 *b* 值”年变化曲线<sup>[28]</sup>, 所用统计方法显然不妥, 结论也很成问题.

为较大的空间区域计算 *b* 值分布的工作, 我们只看到了一篇<sup>[29]</sup>. 它根据 1960 年智利地震后三年半期间(1963—1966), 总数不足三百次,  $M \geq 3.5$  的余震, 在  $7^\circ \times 8^\circ$  的地区内算出等 *b* 值线. 每个  $1^\circ \times 1^\circ$  的小区内只要地震数超过 4 次, 就认为 *b* 值有效. 这篇文章着眼于静态地震活动性的区别, 没有讨论 *b* 值的动态变化和计算结果的统计置信度. 至于把 *b* 值的时间扫描和空间扫描结合起来, 用于监视大地震的孕育过程, 我们还没有见

到过有关报道。

## 六、结 论

1. 频度—震级关系中的系数  $b$  具有直接的物理意义, 它的数值肯定有时空变化。恰当选取时空区间和起算震级, 可通过  $b$  值时空扫描来跟踪应力的集中和转移, 监视破坏性地震的孕育过程。

2. 大地震前若干年内孕震区  $b$  值经历了高—低—回升的变化过程。唐山和许多其它震例的分析特别表明, 大震前  $b$  值的负异常和回升过程是相当普遍的规律。

3. 指数形式的非线性最小二乘拟合是估计  $b$  值的有效方法, 同时它能给出比较准确的误差界限。

4. 考察  $b$  值的升降时, 应同时参照其统计误差的变化和各种统计方法所得结果的一致程度。一定区域内  $b$  值长期降低, 统计误差减小, 各种方法结果一致, 统计检验都能通过, 表明应力集中和该地区遵从单一的指数分布, 可能是孕育大震的征兆。

5. 把  $b$  值的时空变化动态地结合起来, 依次比较各个时期的空间扫描图, 观察低  $b$  值区的形成和变迁, 有助于确定应当连续监视的“危险”区域。

这些结论的正确性还有待于更多震例和今后实践来检验。看来  $b$  值时空扫描很难成为临震预报手段, 但可为中短期预报提供有关时空范围的趋势性背景。因此, 有必要继续进行  $b$  值分析的研究工作, 并与其它地球物理场参数的时空扫描结合起来。

最后要郑重指出, 我们对于  $b$  值时空扫描的初步尝试, 基于我国地震战线许多同志的劳动成果, 受到各方面的支持。

### 【附录】指数形式非线性最小二乘拟合公式的推导

非线性最小二乘拟合公式, 也可按最大似然原理导出。将地震数按震级挡累计, 假定各挡观测频度相对于指数分布的偏离是独立的, 并满足正态分布。相应的似然函数

$$e^{L(A, b)} \equiv \phi(N_1, N_2, \dots, N_m | A, b) = \prod_{i=1}^m \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(N_i - e^{A-bx_i})^2}{2\sigma^2} \right),$$

这里  $N_i$  是累计频度,  $m$  是挡数。最大似然条件

$$\frac{\partial L}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial b} = 0$$

给出确定  $A$ 、 $b$  的非线性方程组(见正文(6)式)。用牛顿法迭代求解的公式

$$A^{(i+1)} = A^{(i)} + \frac{F_b G - G_b F}{F_A G_b - F_b^2},$$

$$b^{(i+1)} = b^{(i)} + \frac{G_A F - F_A G}{F_A G_b - F_b^2},$$

这里  $A^{(i)}$ ,  $A^{(i+1)}$  等, 分别是第  $i$  次和第  $i+1$  次迭代的结果。

换成以 10 为底的对数后, 相应的表达式是

$$F(A, b) = - \sum_{i=1}^m (N_i - 10^{A-bx_i}) 10^{A-bx_i} \ln 10,$$

$$G(A, b) = \sum_{i=1}^m (N_i - 10^{A-bX_i}) X_i 10^{A-bX_i} \ln 10,$$

$$F_A \equiv \frac{\partial F}{\partial A} = - \sum_{i=1}^m (N_i - 2 \cdot 10^{A-bX_i}) 10^{A-bX_i} (\ln 10)^2,$$

$$F_b = G_A = \sum_{i=1}^m (N_i - 2 \cdot 10^{A-bX_i}) 10^{A-bX_i} X_i (\ln 10)^2,$$

$$G_b = - \sum_{i=1}^m (N_i - 2 \cdot 10^{A-bX_i}) 10^{A-bX_i} X_i^2 (\ln 10)^2.$$

这里  $A, b$  本身是根据随机变量  $N_i$  估计出的, 它本身也是随机函数。将似然函数在极值  $A_0, b_0$  附近展开, 可求得  $A, b$  满足的分布函数。

$$\begin{aligned} L(A, b) \approx & L(A_0, b_0) + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 L}{\partial A^2} (A - A_0)^2 \right. \\ & \left. + 2 \frac{\partial^2 L}{\partial A \partial b} (A - A_0)(b - b_0) + \frac{\partial^2 L}{\partial b^2} (b - b_0)^2 \right]. \end{aligned}$$

$A, b$  所近似满足的高斯分布的协方差矩阵是

$$\text{cov}(A, b) = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 L}{\partial A^2} & -\frac{\partial^2 L}{\partial A \partial b} \\ -\frac{\partial^2 L}{\partial A \partial b} & -\frac{\partial^2 L}{\partial b^2} \end{pmatrix}.$$

将此矩阵求逆即可得  $b$  值的方差, 相应的95%置信度的标准差由正文中(7)、(8)式给出。

## 参 考 资 料

- [1] K. Mogi, Study of the elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relation to earthquake phenomena, *Bull. Earthquake Res. Inst.*, **40**, 125—173, 1962.
- [2] C. H. Scholz, The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes, *BSSA*, **58**, 399—415, 1968.
- [3] Ю. В. Ризниченко, Энергетическая модель сейсмического режима. Изв. АН СССР, *Физика Земли*, **5**, 3—19, 1968.
- [4] T. Utsu, A method for determining the value of  $b$  in a formula  $\log(n) = a - bM$  showing the magnitude-frequency relation for earthquakes, *Geophys. Bull. Hokkaido University*, **13**, 99—103, 1965.
- [5] K. Aki, Maximum likelihood estimate of  $b$  in formula  $\log(N) = a - bM$  and its confidence limits, *Bull. Earthquake Res. Inst.*, **43**, 237—239, 1965.
- [6] Z. Suzuki, A statistical study on the occurrence of small earthquakes, *Sci. Rept. Tohoku University*, Ser. 5, **11**, 10—54, 1959.
- [7] D. Procházkova, Test of differences of magnitude-frequency relation parameters due to different calculation procedures, *Pageoph.*, **112**, 727—736, 1974.
- [8] T. Utsu, Aftershocks and earthquake statistics (III), *J. Faculty Sci., Hokkaido University*, Ser. VII, **3**, 379—441, 1971.
- [9] B. Gutenberg, C. F. Richter, *Seismicity of the Earth and associated phenomena*, Princeton University Press, 1954.
- [10] Yu. V. Riznichenko, On quantitative determination and mapping of seismic activity, *Ann. Geof.*, **12**, 227, 1959.
- [11] S. Miyamura, Magnitude-frequency relation of earthquakes and its bearing on geotectonics, *Proc.*

*Japan Acad.*, **38**, 27, 1962.

- [12] B. Isacks, J. Oliver, Seismic waves with frequencies from 1 to 100 cps recorded in a deep mine in northern New Jersey, *BSSA*, **54**, 1941, 1964.
- [13] C. A. Allen et al., Relationship between seismicity and geological structure in the Southern California region, *BSSA*, **55**, 753, 1965.
- [14] T. V. McEvilly, K. B. Kasadai, The earthquake sequence of September 1965 near Antioch, California, *BSSA*, **57**, 113—124, 1967.
- [15] J. P. Eaton et al., Aftershocks of the 1966 Parkfield-Cholame, California, earthquake: a detailed study, *BSSA*, **60**, 1151—1197, 1970.
- [16] Е. М. Бутовская, К. Е. Кунцепова, Зависимость графиков повторяемости землетрясений от глубины очага и её возможное истолкование, Изв. АН СССР, *Физика Земли*, 2, 11—23, 1971.
- [17] S. Suyehiro et al., Foreshocks and earthquake prediction, *Tectonophysics*, **14**, 219—225, 1972.
- [18] S. J. Gibowicz, Variation of the frequency-magnitude relation during earthquake sequences in New Zealand, *BSSA*, **63**, 517—528, 1973.
- [19] B. C. Papazachos, Foreshocks and earthquake prediction, *Tectonophysics*, **18**, 213—226, 1975.
- [20] 吴开统等, 海城地震序列的特征, 地球物理学报, **19**, 2, 95—109, 1976.
- [21] R. Ikegami, On the secular variation of magnitude-frequency relation of earthquakes, *Bull. Earthquake Res. Inst.*, **45**, 327—338, 1967.
- [22] S. Hattori, Secular variation of b values in and around Japan, *Bull. Int. Inst. Seismol. and Earthq. Engineering*, **13**, 61—74, 1975.
- [23] S. Hattori, Secular variation of the b values in the world, *ibid.*, **13**, 75—86, 1975.
- [24] 地震課技術係, 伊豆新島近海震群, 駿震時報 (Quartl. J. of Seismology), **23**, 15—23, 1958.
- [25] C. G. Bufo, Frequency-magnitude variations during the 1970 Danville earthquake swarm, *Earthquake Notes*, **41**, 3, 3—7, 1970.
- [26] J. D. Van Worman et al, Vp/Vs and b values:a test of the dilatancy model for earthquake precursors, *Geophys. Res. Lett.*, **2**, 514—516, 1975.
- [27] C. H. Scholz et al., Earthquake prediction:a physical basis, *Science*, **181**, 803—809, 1973.
- [28] B. G. Fiedler, Local b values related to seismicity, *Tectonophysics*, **23**, 277, 1974.
- [29] П. Велькнер, Пространственное распределение сейсмических параметров на Севере Чили, Изв. АН СССР, *Физика Земли*, **7**, 51—65, 1969.
- [30] 王梓坤, 概率论基础及其应用, 科学出版社, 1976.
- [31] T. Utsu, A statistical significance test of the difference in b value between two earthquake groups, *J. Phys. Earth*, **14**, 37—40, 1966.

# TIME AND SPACE SCANNING OF THE *b*-VALUE—A METHOD FOR MONITORING THE DEVELOPMENT OF CATASTROPHIC EARTHQUAKES

LI QUAN-LIN CHEN JIN-BIAO

(Institute of Geophysics, National Seismological Bureau)

YÜ LU HAO BAI-LIN

(Institute of Physics, Academia Sinica)

## Abstract

Statistical analysis of the *b*-value in the frequency-magnitude relation  $N = \exp(A - bM)$  was performed for several years before the Tangshan Earthquake on July 28, 1976 ( $M_s = 7.8$ ) and before some other catastrophic earthquakes. It was shown that objective and statistically significant *b*-values could be always obtained provided seismic data being treated correctly and statistical methods being used properly. On the basis of a phenomenological discussion of the frequency-magnitude relation in the view of Mogi<sup>[1]</sup> and Scholz<sup>[2]</sup>, it was concluded that *b*-value is not only a parameter in statistical analysis, but also has its own physical meaning. It reflects the average stress being applied to the region considered and the extent of approach to its strength limits. Therefore, dynamical scanning of *b*-values in time and space goes beyond the scope of simple statistical prediction and becomes a method to monitor the concentration and migration process of stress and to monitor the development of catastrophic earthquakes.

A direct procedure for non-linear least-square fitting to the exponential frequency-magnitude distribution was suggested in this work. This is an effective method for estimation which does give more exact limits for statistical errors.