

套磁介质的小振子天线^{*1)}

北京天线小组²⁾

提 要

在短波段对外套介质的小振子天线的基本参数进行了理论计算和实验测量,说明套磁性介质可以降低振子的谐振频率,改善谐振点的辐射电阻,但使频带变窄,效率降低。起主要作用的是介质与内导体的半径比,而不是介质的绝对尺寸。用表面波传输线近似理论说明了这类振子的特性,讨论了设计套磁介质振子的手续。

一、引 言

在金属天线振子外面套以介质,主要是希望能降低谐振频率,并在振子长度比半波长小得多的(即所谓“电小” electrically small) 情况下仍保持较好的阻抗特性。应当如何选取介质材料的参数和尺寸呢?

考虑无限介质中的基本振子,可以得到一些启示。在磁导率为 μ 、介电常数为 ϵ 的介质中,电磁波波长和振子谐振频率都缩小 $\sqrt{\epsilon\mu}$ 倍。这时辐射阻抗可以增加 $\epsilon^{1/2}\mu^{3/2}$ 倍,其中介质空间波阻抗改变 $\sqrt{\mu/\epsilon}$ 倍,而由于波长缩短使阻抗增加 $\epsilon\mu$ 倍,故总效果中磁导率 μ 的贡献超过介电常数 ϵ 的作用。实际可能制备的介质远非无限大,反而更接近“无限小”,即介质的尺寸远远小于波长。这时振子的谐振频率能降低多少? ϵ 与 μ 对缩短倍数和阻抗数值的影响如何? 能否规定较好的介质尺寸和 ϵ, μ 的数值? 套介质后振子的辐射效率和频带宽度有什么变化?

为了回答这些问题,必须作较严格的数量分析和实际测量。

二、数值计算方法和结果

通常天线工程计算中,只要给定天线电流分布,即可从辐射场的积分表达式求得各种参数。对于套介质振子,在没有从实践中摸清电流分布并获得一个包括介质贡献在内的远场表达式(见(4)式)之前,只有把辐射场和振子上的电流分布同时都算出来,即求解一个数学上完整的天线辐射问题。只要采用的天线模型比较接近实际,就不能回避数值计算。我们采用两种不同途径,计算了圆柱形套介质对称振子的基本参数:

* 1977 年 11 月 24 日收到。

1) 本工作完成于 1973 年。

2) 由中国科学院物理研究所、计算技术研究所、广播事业局、国营北京无线电三厂等单位组成。

1. 电磁场基本方程作为一阶双曲型偏微分方程组的初值问题求解。这基本上就是文献[1]中叙述的交替方向隐式追赶与外边界插值相结合的方法,同时计入介质上的边界条件。顺便指出,当磁导率 μ 较大时,为达到稳恒周期解所需的计算时间反而较短。

2. 积分方程法:把空心金属圆柱振子的 Hallen 积分方程推广到套有介质的情况。这是天线理论的传统作法,有某些别人的工作可以借鉴(如文献[2],但它只处理了 ϵ 很小, $\mu=1$ 的情形)。 ϵ 增大时积分方程核的数值计算出现困难:被积函数含有无穷多衰减很慢的尖峰。我们采取了一些措施克服这些困难。

表 1 是两种计算途径的简明对照。

表 1

	初 值 问 题 法	积 分 方 程 法
模 型	有限介质,有限馈电隙,端面加自然边界条件	无限长介质,无限小馈电隙,振子端点加电流为零的条件
计算量	计算多点才能得一条频率特性曲线。每点必须从暂态算到稳态,因此计算量很大。介质中场分布可同时求得	每次可得完整的频率曲线,但低频端对应更粗的振子。如果求介质中场值,要附加较大计算量
精确度	目前只能用比较粗疏的时空网格	可在现有计算机上达到较好的精度,沿振子布近百点是现实的
推 广	可以直接计算任何形状和介质参数的任何分布。容易计入大地影响,但数值计算量相应增加	对于更复杂的几何形状要作大量解析推导。如不能归结为一维积分方程,则实际上不能用此法计算

下面扼要叙述计算结果。这些结果在变化趋势方面与后面介绍的实际测量大体一致。由于实验采用了靠近地面的低架天线,而数值计算中忽略了介质损耗和大地的影响,因此不能期望数值上很好地符合。

1. 磁导率 μ 和介电常数 ϵ 的作用

图 1 给出了振子的几何参数。套介质后,振子电流可以从短振子的三角分布,改进到接近正弦分布,谐振频率也随之降低。图 2 是固定频率($l/\lambda_0 = 1/15$, λ_0 是自由空间中的电磁波长)下不同磁导率 μ 对应的电流分布,电流数值都按最大值归一。计算时一律取 $\epsilon=10$,这大致是铁氧体固有的介电常数值。图 2 中 $\mu=100$ 的曲线对应很接近谐振点的情形,而 $\mu=200$ 者已在谐振点上。 μ 固定而 ϵ 不同的电流分布,则随 ϵ 增大而变得稍差,但变化幅度则不如图 2 那样显著。

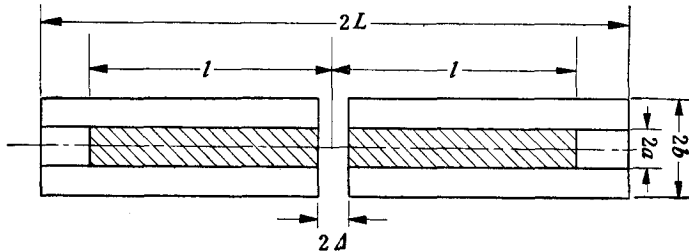


图 1 振子尺寸

L 为介质半长度; l 为振子半长度; a 为馈电隙半宽;
 a 为振子半径; b 为介质半径

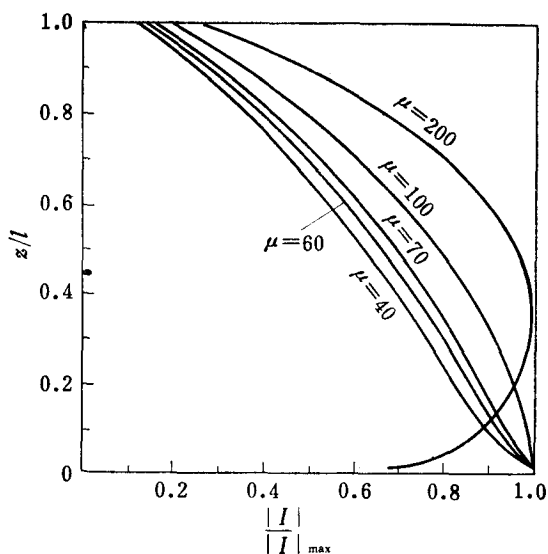
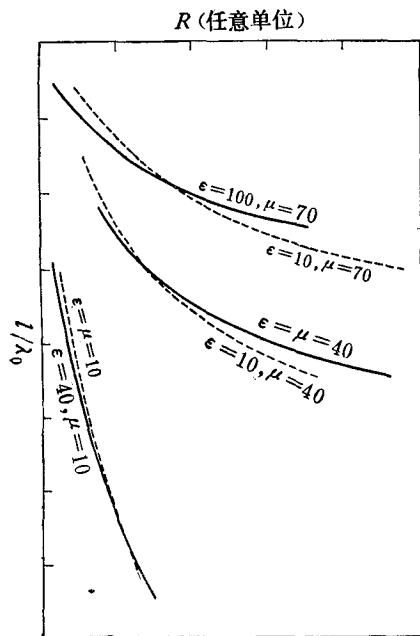
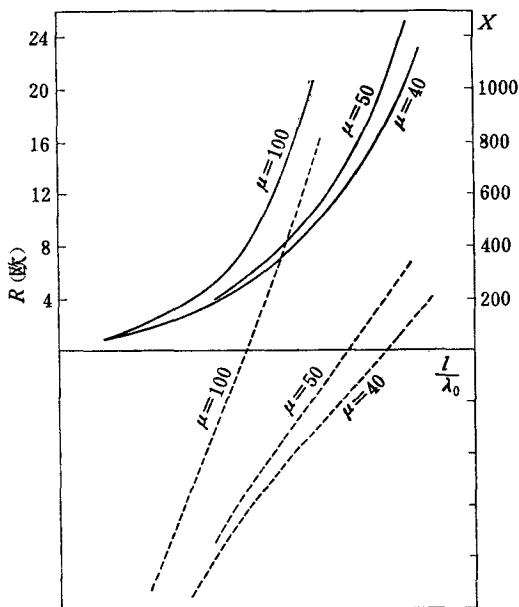


图2 振子电流分布

 $\epsilon = 10, b/a = 1.5, a/l = 0.004, l/\lambda_0 = 1/15$

磁导率 μ 起主要作用可从阻抗曲线上更清楚地看出来。图3中是几何尺寸相同 ($b/a = 3$)、但介质参数不同的六条输入阻抗实部 R (计算中未考虑损耗, R 也就是辐射电阻) 的频率曲线。这类曲线只是为了说明变化趋势, 采用较粗疏的方案计算, 图中以任意单位画出, 不注明阻抗的具体数值(下同)。定性地说, 图3中曲线的位置是按 μ 的数值分

图3 ϵ 和 μ 的作用
(采用任意单位)图4 阻抗与 μ 的关系
 $\epsilon = 10, b/a = 1.5, a/l = 0.004, \Delta/l = 0.02$
—— 为 R ; ---- 为 X

开的, ε 虽有影响但作用小得多.

作为更实际的例子, 图 4 给出了几何尺寸和介电常数相同, 只有磁导率改变的三组输入阻抗曲线. 谐振频率降低愈多, 阻抗虚部变化愈陡, 谐振点的辐射阻抗数值愈低, 但仍高于同等尺寸的金属振子. 这将使套介质振子的相对频带宽度比半波振子窄得多. 我们在谐振点取如下的相对频带宽度定义:

$$BW = \frac{2R_0}{f_0(dX/df)_0}. \quad (1)$$

对于 $\frac{a}{l} = 0.0133$ 的金属振子, 相对带宽约为 21.2%, 这可以从文献 [3] 第 175 页表列数值换算出. 套磁介质后频带宽度显著变窄. 图 4 中 $\mu = 40, 50, 100$ 三种情形, 分别有 $BW = 0.019, 0.015, 0.0057$, 即都不到 2%. 这种情况是普遍的: 在相当大范围内改变介质参数和几何尺寸, 相对频带宽度都很难超过 4%. 我们没有计算 $b/a < 1.5$ 和 ε, μ 很接近 1 的情形, 那时频带自然应逐渐趋近金属振子的数值.

2. 介质厚度和谐振频率降低倍数

几何尺寸都是相对而言的. 介质套的厚度可能有两种对比, 或是与内导体半径 a 相比, 或者与电磁波波长 λ_0 相比; 前者可以叫作相对厚度, 后者具有某种“绝对”意义. 我们

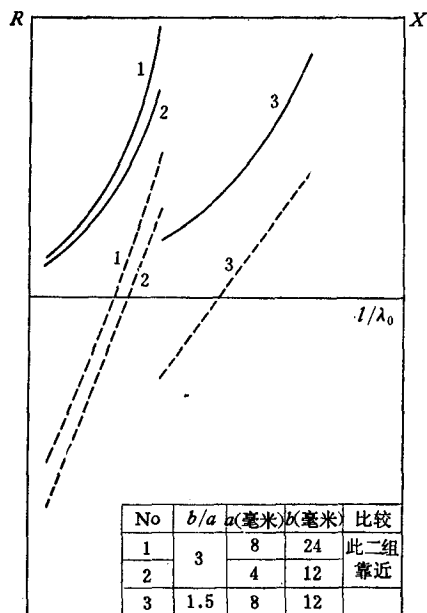


图 5 介质相对厚度的作用
(阻抗取任意单位)

用对比计算说明, 起主要作用的是相对厚度 b/a , 而不是 b/λ_0 . 图 5 是一组典型数据. 这一结果从侧面说明介质的作用是改变分布电感(电容), 因为电感电容本质上都是几何量, 由系统的一些尺寸比值决定. 在圆柱对称下不外是 $b/a, \ln(b/a)$ 的某些组合. 由此可以推论: 至少应在某个空间方向突出介质的几何尺寸, 介质的作用才会较为显著. 单个振子外套介质, b/a 适当大些就能有一定效果. 对于笼形或其它由许多金属条构成的振子, 各条导体上套介质后, b/a 不是唯一的横向几何参量, b 必须与金属条间距等新的尺寸相比, 因而介质的作用将小得多. 当然这类推论不可走得太远. 第一, a 很小时, b/a 的作用尚无数据证明; 第二, 介质很厚时 ($b/\lambda_0 \geq 1$), b/a 不会再起支配作用, 还是 b/λ_0 重要, 缩短倍数也将逐渐接近 (但低于) $\sqrt{\varepsilon\mu}$.

振子谐振频率的降低倍数 (即振子的缩短倍数) 与 b/a 基本上呈对数关系. $b/a \leq 1.5-3$ 时,

可能比 $\ln(b/a)$ 略好一些, b/a 再增大时, 缩短倍数上升缓慢 (见图 6, 其中 f_0 是未套介质的金属振子的谐振频率, 实验测得的缩短倍数略低于此图中的数值). 由于介电常数 ε 的作用不显著, 我们将各种几何尺寸和介质参数的大批数据加以处理, 看出用 $(\mu - 1)$ 的某种方次“归一”后, 缩短倍数与 $\ln(b/a)$ 接近正比. 特别是在有实际意义的 $b/a \leq 6$ 范围

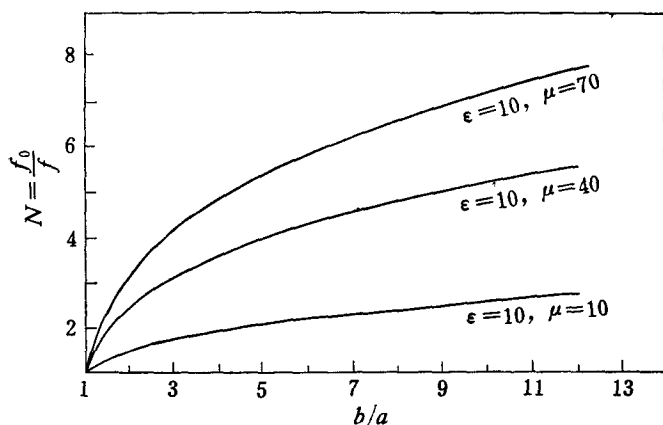
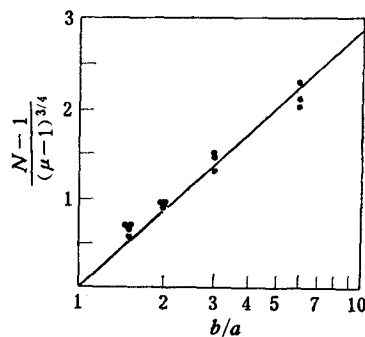


图6 谐振频率降低倍数

图7 缩短倍数与 b/a 关系

内,可以写出如下形式的“经验”公式:

$$N = 1 + \alpha(\mu - 1)^\beta \ln(b/a), \quad (2)$$

其中 N 为谐振频率的降低倍数. 利用 23 组参数不同的振子计算结果,以最小二乘法定出 $\alpha = 0.29, \beta = 0.75$. 图 7 中用单对数坐标画出了这条直线,同时点上了原始数据. 我们要强调指出,这不是理论结果,而是基于实际数据的一种“经验”公式,它只在忽略了许多次要因素后才大致成立,可供设计套介质振子时参考.

比较各种不同的计算方案,可以看出不论是增加 μ 还是 b/a ,谐振点的辐射阻抗 R_r 都是随着缩短倍数 N 的增加而单调下降. 图 8 中标出了用两种方法算出的一批谐振点辐射电阻值,可见它主要由 N 决定,其它细节上的差别(如 $a/l, \epsilon$ 的值等,图中未注明)影响都不大.

3. 辐射场和方向图

振子外套介质之后,介质内部在交变电磁场的作用下,出现磁化电流和极化电流. 除了金属振子上的电流外,磁化电流和极化电流也会对辐射场有所贡献. 问题在于决定事物质量的数量界限如何. 实验上无法区分各类电流对远场的贡献,理论计算中却不难作到. 把普通天线理论中由振子电流决定辐射场的积分表达式推广,使之包括磁化电流和极化电流,可以得到辐射功率

$$P_r = \frac{2\pi V_0^2}{Z_0} \int_0^\pi |\Phi(\theta)|^2 \sin \theta d\theta, \quad (3)$$

表达式中的方向因子(详见附录)

$$\Phi(\theta) = \Phi_I(\theta) + \Phi_\mu(\theta) + \Phi_e(\theta) + \Phi_\Delta(\theta), \quad (4)$$

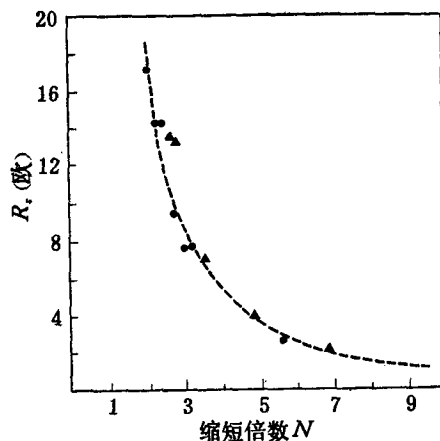


图8 谐振点辐射电阻
●为初值问题法; ▲为积分方程法

其中振子电流(包括馈电隙上交变磁场)的贡献为

$$\Phi_i(\theta) = ak_0 \sin \theta J_0(ak_0 \sin \theta) \{S[H] + jC[H]\}, \quad (5a)$$

介质磁化电流的贡献为

$$\Phi_\mu(\theta) = (lk_0)^2(\mu - 1)\{S_1[H] + jC_1[H]\}, \quad (5b)$$

介质极化电流的贡献为

$$\begin{aligned} \Phi_e(\theta) = (lk_0)^2(\varepsilon - 1)\{ & \sin \theta [C_0[F] \\ & - jS_0[F]] + \cos \theta [S_1[E] + jC_1[E]]\}, \end{aligned} \quad (5c)$$

馈电隙上交变电场的贡献为

$$\Phi_\Delta(\theta) = \frac{ak_0}{2} J_1(ak_0 \sin \theta). \quad (5d)$$

最后一项极小, 仅留作比较. 这些式子中定义了介质中的二维积分

$$\begin{aligned} C_i[f] &= \int_{\Delta/l}^{L/l} dy \int_{a/l}^{b/l} x dx J_i(k_0 l x \sin \theta) \\ &\quad \times \cos(k_0 l y \cos \theta) f(x, y), \\ S_i[f] &= \int_{\Delta/l}^{L/l} dy \int_{a/l}^{b/l} x dx J_i(k_0 l x \sin \theta) \\ &\quad \times \sin(k_0 l y \cos \theta) f(x, y), \end{aligned} \quad (6a)$$

和沿振子表面的一维积分

$$\begin{aligned} C[f] &= \int_0^1 dy \cos(k_0 l y \cos \theta) f(a/l, y), \\ S[f] &= \int_0^1 dy \sin(k_0 l y \cos \theta) f(a/l, y). \end{aligned} \quad (6b)$$

上式中 J_i , $i = 0, 1$ 是贝塞耳函数, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, 几何尺寸 a, b, Δ, l, L 见图 1. 电磁场的各无纲分量为

$$E = \frac{l}{V_0} E_\rho, \quad F = \frac{l}{V_0} E_z, \quad H = \frac{Z_0 l}{V_0} H_\varphi \quad (7)$$

(参看文献 [1]), Z_0 是自由空间波阻抗, V_0 是馈电隙上的交变电场幅度,

$$E_z = -V_0 \delta(x) \sin(\omega t). \quad (8)$$

为了利用这些式子取得数值结果, 不但需要知道金属振子上的电流分布, 而且要用到介质内的电场和磁场分布. 这些场分布都已在解初值问题的过程中得到. 计算结果表明: (1) 磁化电流和极化电流对远场的贡献通常比金属振子上的电流贡献小两个数量级以上, 因而对辐射阻抗的贡献小四个数量级以上(图 9 是一个典型实例); (2)

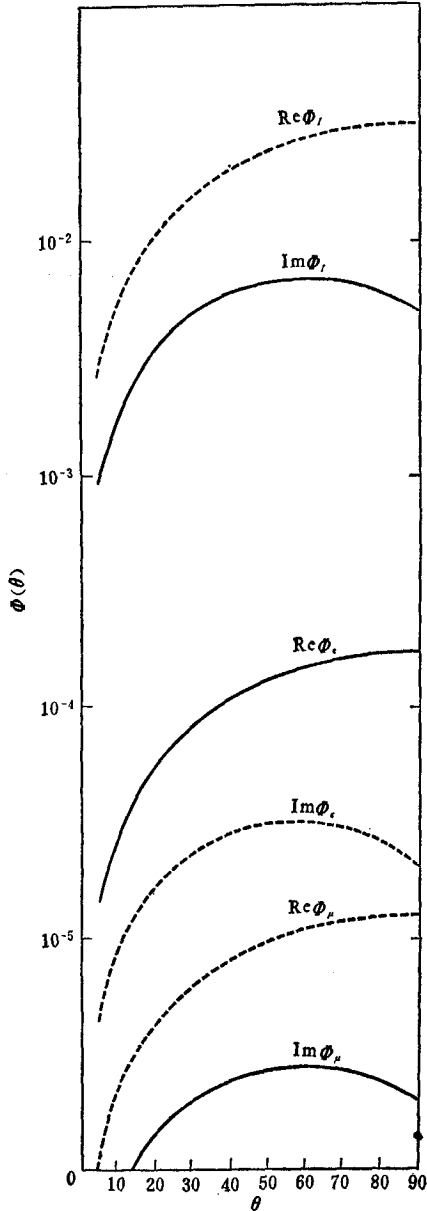


图 9 方向因子的各项

$s = 10, \mu = 40, b/a = 4, L = l$
 $l/\lambda_0 = 1/15, a/l = 0.004$
 — 为正值; ---- 为负值

极化电流对远场的贡献是反相位的。这很容易定性地理解: 极化电场来自有限介质表面感生的电荷, 方向与外加交变场相反; (3) 短振子套介质后, 即使达到谐振点以上, 直到反谐振点的很宽频率范围内, 方向图都是接近基本振子 (即 $\sin \theta$) 的。虽然电流分布可以趋近正弦, 但整个系统尺寸仍然远小于波长, 从远场看仍接近点源 (基本振子), 因此即使在反谐振点以上, 方向图中也不出现旁瓣。用积分方程法求得的方向图往往比基本振子更尖一些, 看来是由于无限长介质 (见表 1) 的影响。

三、套介质振子的测量结果

我们所测振子的结构形式是在铜管外面套铁氧体环的垂直对称振子 (尺寸见图 10)。测量频段为 5—20 兆赫, 在这一波段, 所用介质厚度远小于波长。天线底部离地高度由实验确定为 3.5 米, 这时输入阻抗随高度的变化渐趋稳定。基本测量包括阻抗和电流分布两部份。阻抗测量使用高频导纳电桥, 经过一段馈线测出天线的输入阻抗。计算表明, 测量用馈线的衰减对谐振电阻值影响很大, 处理实验数据时考虑了这一因素。一部份测量是在大功率下进行的。下面分述测量结果。

1. 缩短倍数 N 与磁导率 μ 和介质相对厚度 b/a 的关系

缩短倍数 N 定义为未加介质时和加介质后谐振频率之比。图 11 为缩短倍数与磁导率 μ 的关系。测量表明, 缩短倍数 N 确实与铁氧体环内外径的绝对尺寸关系不大, 而主要由 b/a 决定 (图 12)。 b/a 增加的最初阶段, 对于“缩短”是有效的; 随着 b/a 的进一步增加, 曲线逐渐平缓。如果画到单对数坐标中, 基本上是一条直线。这是与图 7 一致的。 b/a 很大或很小的极端情况我们没有测量。由一般概念推断, 这时 N 应与介质的绝对尺寸有一定关系。

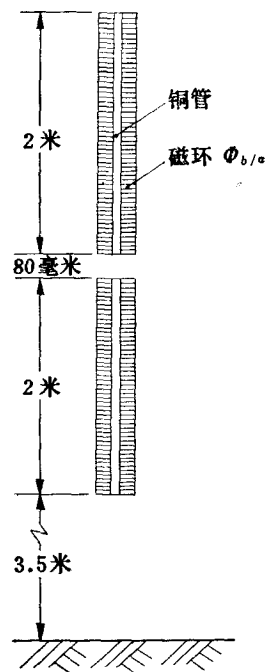


图 10 测试天线尺寸示意图

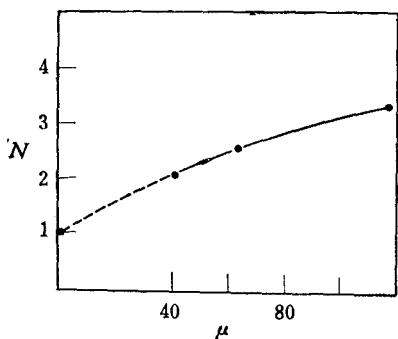


图 11 $N-\mu$ 关系 ($b/a \approx 1.6$)

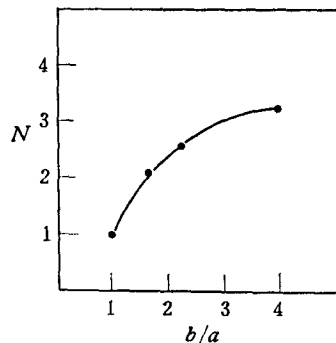


图 12 $N-b/a$ 关系 ($\mu = 40$)

2. 谐振点阻抗特性

实验测得的谐振电阻 R_0 是天线在谐振频率时的输入电阻, 它包括辐射电阻 R_r 和损耗电阻 R_L , 在阻抗测量中无法把两者区分开。理论计算结果则只有 R_r , 没有 R_L 。几种理

论计算方案的结果都表明,无论通过增加 b/a , 或者通过增加 μ 值,只要缩短倍数 N 增加,谐振电阻均从理想半波振子的 73 欧下降. 图 13 给出 R_0-b/a 关系的一组实测结果,它是与理论结果一致的. 考虑到介质中的损耗电阻随 b/a 增加,可以合理地推断,辐射电阻 R_r 随 b/a 的增加而下降得比图 13 中的 R_0 更快一些.

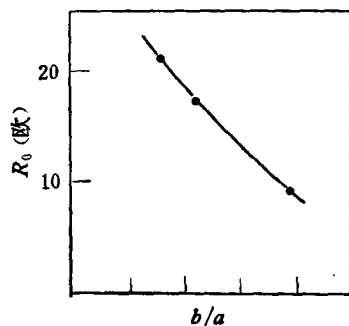
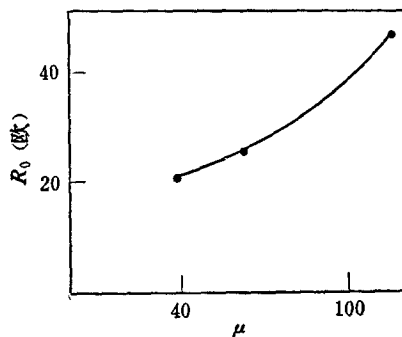
图 13 R_0-b/a 关系 ($\mu = 40$)图 14 $R_0-\mu$ 关系 ($b/a \approx 1.6$)

图 14 给出的 $R_0-\mu$ 关系则与理论计算所给出的 $R_r-\mu$ 关系相反, 谐振电阻从 $\mu = 40$ 时的 20 欧左右, 增加到 $\mu = 120$ 时的 45 欧左右. 我们还不能确切解释这一矛盾. 初步分析, 这是由于损耗电阻 R_L 迅速上升引起的. 因为, 第一, 铁氧体中的损耗通常随 μ 增大, 第二, μ 值增加使谐振频率下降, 天线振子离地面的相对高度也降低, 地损耗可能随之上升. 由于实际测量时选取了输入阻抗已变化不大的天线架高, 看来铁氧体的损耗电阻是主要因素.

3. 相对频带宽度

相对频带宽度 BW 按 (1) 式定义. 式中谐振点附近的电抗斜率 $\left. \frac{dX}{df} \right|_{f_0}$ 随 μ 和 b/a 变化的测量结果分别在图 15 和图 16 中给出. 可见电抗斜率随 μ 或 b/a 的增大而上升.

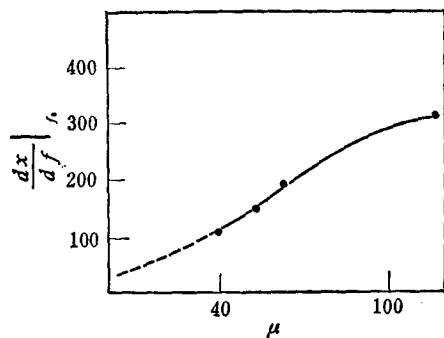
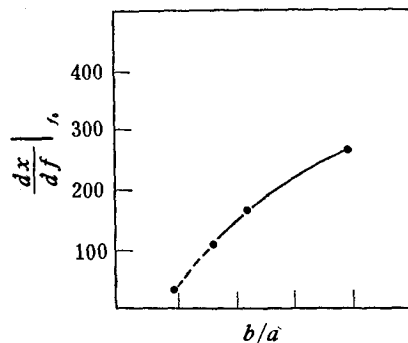
图 15 $\left. \frac{dX}{df} \right|_{f_0} - \mu$ 关系 ($b/a \approx 1.6$)图 16 $\left. \frac{dX}{df} \right|_{f_0} - b/a$ 关系 ($\mu = 40$)

图 17 给出相对频带宽度与 b/a 的关系. 由于随 b/a 增加, 谐振电阻减小而电抗斜率增加, 所以相对带宽 BW 很快地下降. 由于图 14 所反映的 R_0 随 μ 上升, 相对带宽 BW 与 μ 的关系不是单调的, 所测点数不多, 此处从略.

附带指出,上面介绍的阻抗测量中,谐振频率、电抗斜率和缩短倍数经反复核测,数据比较可靠。但是谐振电阻(以及相对带宽)与测量用馈线的衰减关系较大,测量误差亦较大,我们作了多次复测。

4. 振子上的电流分布

理论计算结果说明,套介质天线振子的辐射场基本上仍是由金属振子上的电流决定的。测定介质对电流分布的影响,对于了解介质的作用意义很大。

我们用一种屏蔽了电场的小磁耦合环,测量靠近振子处的磁场来确定振子上的电流分布。图 18—21 给出几组典型测量结果。图中纵坐标 z 是测量点离馈电点的距离,横坐标是按最大电流归一后的相对电流值。图 18 是 10 兆赫时,不同 μ 值情况下的电流分布。未加铁氧体环时,金属振子上的电流分布是三角形的。 $\mu = 117$ 时,电流分布类似刚过串联谐振点的普通金属振子,当 $\mu = 185$ 时则进一步向并联谐振时的电流分布过渡。为了方便起见,这些图中把反向电流也画在正向。

图 19 是同一频率下不同 b/a 的电流分布。图 20 是同一个套介质振子在不同频率下的电流分布。当频率从 5 兆赫开始增加时,电流分布逐渐向串联谐振的情况过渡,然后进一步向并联谐振发展。变化的基本形态与不同频率下金属振子的情况非常相似。

从电流测量的结果可以看出,套介质振子上的电流接近波长缩短后的正弦分布,即

$$I(z) = \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda_g} (l - |z|) \right], \quad (9)$$

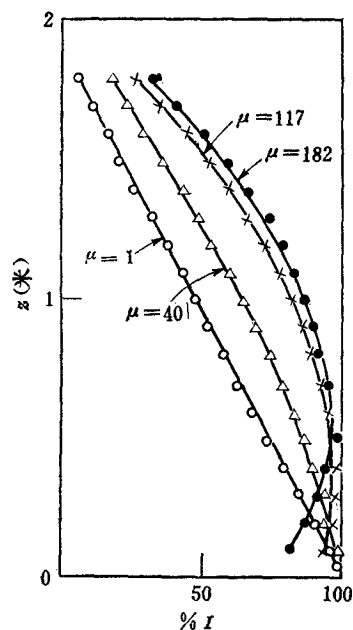


图 18 电流分布与 μ 的关系
($b/a = 1.6$, $f = 10$ 兆赫)

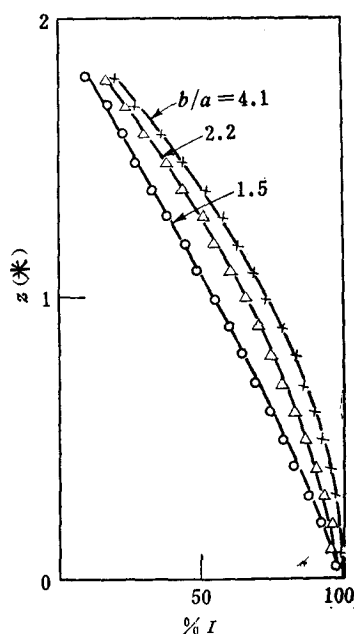


图 19 电流分布与 b/a 关系
($\mu = 40$, $f = 10$ 兆赫)

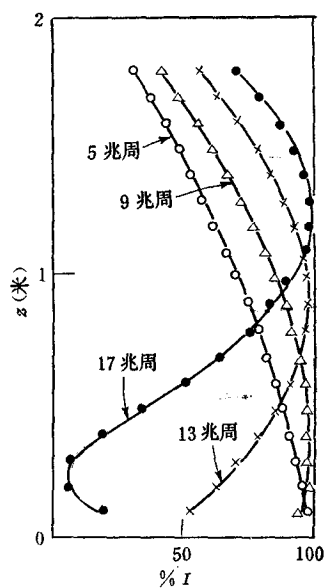


图 20 电流分布与频率关系
($\mu = 117$, $b/a = 1.6$)

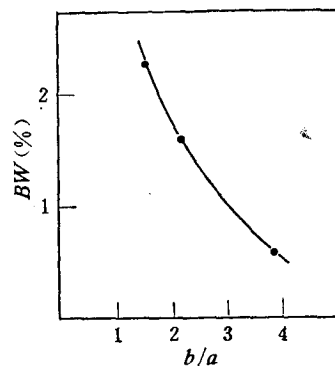


图 17 $BW-b/a$ 关系 ($\mu = 40$)

其中 $\lambda_s = \lambda_0/N$. 图 21 中实线是正弦分布, 另外给出两条靠近谐振点的电流实测曲线. 在谐振频率上 $l = \lambda_s/4$, 故有 $I(x) = \cos(\pi x/2l)$. 总之, 铁氧体环的作用, 就是改善金属振子上的电流分布, 使其从三角形变到正弦, 这就给出了套介质所起作用的上限. 考虑振子长度与“缩短”倍数乘积 Nl 彼此相等的一批振子, 自然它们的谐振频率相同. 由于在谐振时它们的电流分布都接近按照各自波长缩短后的正弦分布, 故当馈电电流相同时, N 越大者电流分布总面积越小, 因而辐射电阻也越小. 这样, 尽管我们未能直接测出辐射电阻, 但仍能间接地从实验角度推断, 辐射电阻应随 N 增加而下降, 不论 N 增加的原因由于是 μ 还是 b/a 上升. 因此, 图 14 表示的 $R_0-\mu$ 关系确实应当用损耗电阻随 μ 增大来解释 (参看图 26).

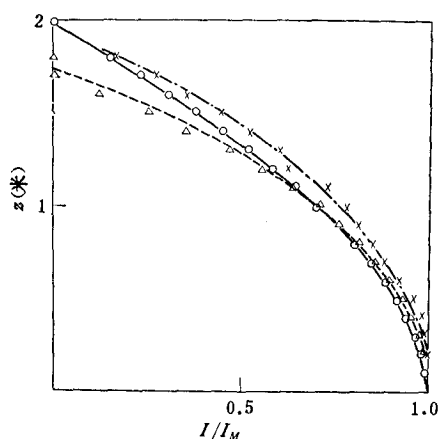


图 21 谐振点电流分布

- 为正弦分布;
 ---△--- 为实测值 ($\epsilon = 10$, $\mu = 40$, $b/a = 1.6$, $f_0 = 16.5$ 兆赫, 测量 $f = 17$ 兆赫);
 -·-×-·- 为实测值 ($\epsilon = 10$, $\mu = 117$, $b/a = 1.6$, $f_0 = 11$ 兆赫, 测量 $f = 10$ 兆赫)

5. 大功率下材料承受功率问题

在大功率高频场中, 由于损耗而产生的热量会使介质套炸裂. 我们的大量试验表明, 高频大功率下的损耗主要是磁滞损耗, 而不是涡流和剩余损耗. 只要铁氧体材料在静态强磁场下磁滞回线的面积越小, 它在短波波段所能承受的功率就越大. 在目前应用于短波范围的镍锌铁氧体系统中, 可以制备具有恒磁导效应的材料, 其磁滞回线实际上表现为一条斜率为 μ 的直线, 只有当磁场超过某个临界值 H_0 后, 才出现可观的回线面积 (“蜂腰形回线”), 损耗随之急剧上升. 我们所制备的大量 $\mu = 40-130$ 之间的材料, 其 μH_0 乘积接近常数, 约为 500 奥斯特左右 (见图 22). 它和斯诺克关系式 $\mu_0 f_0 = \text{常数}$ (μ_0 为起始磁导率, f_0 为自然共振频率) 是同一物理过程的两种表现, 后者决定材料使用的频率上限, 前者决定材料使用的功率上限. 材料应有尽可能大的磁导率 μ , 以利于缩短, 同时又应有尽量大的 H_0 , 以利于承受功率. 这是设计套介质振子时必须加以权衡的因素.

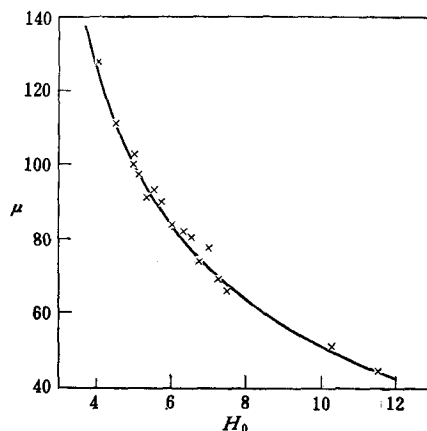


图 22 不同样品磁导率 μ 与临界场 H_0 的关系

四、表面波近似理论

金属天线的近似理论, 把振子当作电流为正弦分布的开路传输线. 对于套介质振子, 也可以借助表面波传输线的性质, 提出一种近似理论, 简单地说明前两节介绍的理论和实

验结果。

无限长金属圆柱套介质后, 可以激发表面波, 其波长由下式决定:

$$\frac{J_0(k_1 b) - J_0(k_1 a) N_0(k_1 b) / N_0(k_1 a)}{J_1(k_1 b) - J_0(k_1 a) N_1(k_1 b) / N_0(k_1 a)} + \varepsilon \frac{k_2}{k_1} \frac{K_0(k_2 b)}{K_1(k_2 b)} = 0, \quad (10)$$

其中 J_i, N_i, K_i 是相应圆柱函数, $k_1^2 = k^2 - k_0^2$, $k_2^2 = k^2 - k_0^2$, $k^2 = k_0^2 \varepsilon \mu$, $k_s = 2\pi/\lambda_s$, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. 假定 $(k^2 - k_0^2)^{1/2} b < 2.405$, 就不会激发介质波导模式。从 (10) 式求得 k_s , 即可算出表面波波长的缩短倍数

$$N = \lambda_0/\lambda_s = k_s/k_0 \quad (11)$$

数值解结果示于图 23 中, 图中还给出了由 (12) 式算出的近似解, 可见与实验和严格数值解相当符合。大多数实际情况下 $k_1 b, k_1 a, k_2 b \ll 1$, 可用圆柱函数的小宗量展开, 把 (10) 式简化为

$$\left(\mu - \frac{1}{\varepsilon}\right) \left(\frac{b}{\lambda_0}\right)^2 \ln \frac{b}{a} = - \left(\frac{k_2 b}{2\pi}\right)^2 \ln(0.89 k_2 b) \quad (12)$$

$$\equiv g(k_2 b).$$

这个方程的右端函数 $g(x)$ 有现成图表可查(如文献[5]), $g(x)$ 愈大, x 也愈大。(12)式清楚表明, 缩短倍数主要由 μ 和 $\ln(b/a)$ 决定, ε 没有多大作用。

套介质振子的电抗特性也可以用波长按表面波缩短的传输线理论来计算, 其近似程度大致与金属对称振子的电抗用无损耗传输线理论计算相当, 后者的适用条件是 $l \leq 0.3\lambda_0$ 。

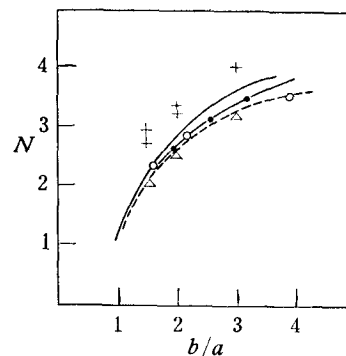


图 23 表面波缩短倍数 N 与 b/a 关系
 - - - 为 (10) 式数值解
 ($a/\lambda = 2.67 \cdot 10^{-3}$);
 - · - 为 (12) 式数值解
 ($\lambda_0 = 30$ 米);
 — 为 (12) 式数值解
 ($\lambda_0 = 20$ 米);
 + 为积分方程法 ($\mu = 50$);
 Δ 为初值问题法;
 $\circ$ 为实测值

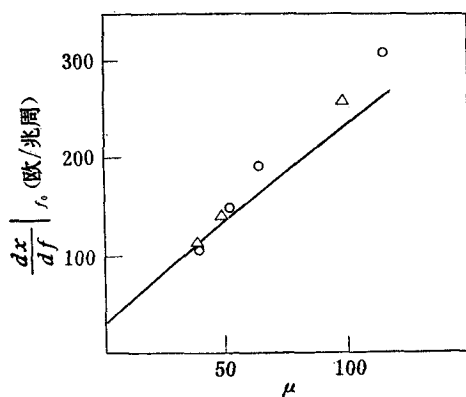


图 24 表面波近似下
 $\frac{dX}{df} \Big|_{f_0} - \mu$ 关系 ($b/a = 1.6$)
 $\circ$ 为实测值;
 — 为计算值 ($b/\lambda_0 = 0.438 \times 10^{-4}$);
 Δ 为初值问题法

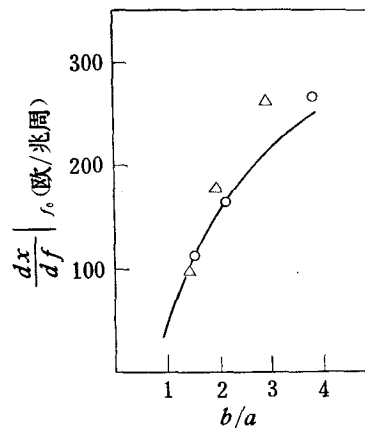


图 25 表面波近似下
 $\frac{dX}{df} \Big|_{f_0} - \frac{b}{a}$ 关系 ($\mu = 40$)
 $\circ$ 为实测值;
 — 为计算值 ($\lambda_0 = 30$ 米);
 Δ 为初值问题法

表面波特性阻抗在一级近似下为

$$W = -120N [\ln(0.89k_2b) + 0.5]. \quad (13)$$

由介质传播线的电抗 $X = W \cot(k_2l) = W \cot\left(2\pi \frac{f}{c} Nl\right)$, 很容易求得谐振点 ($k_2l = \pi/2$) 上的电抗斜率, 图 24 和图 25 是计算结果和实测值的比较. μ 比较大时的系统偏差看来是 (13) 式的近似性所致.

由于辐射场主要由导体上的电流决定, 可求得谐振点上套介质振子的方向图

$$\Phi(\theta) = N \sin \theta \left[\frac{\cos(k_0l \cos \theta)}{N^2 - \cos^2 \theta} \right]. \quad (14)$$

由此算得谐振点的辐射电阻

$$R_s = 60 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Phi^2(\theta) \sin \theta d\theta = 30N \left[D - \left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \left(E + \frac{D}{2}\right) \right], \quad (15)$$

其中

$$D = \ln \frac{N+1}{N-1} + c_i(\pi - \delta) - c_i(\pi + \delta),$$

$$E = \frac{\pi}{2} \left[\frac{2}{\pi \left(N - \frac{1}{N}\right)} (1 + \cos \delta) + s_i(\pi + \delta) - s_i(\pi - \delta) \right],$$

c_i 和 s_i 为积分余弦和积分正弦, $\delta = 2k_0l = \pi/N$. 计算结果示于图 26 和 27 中, 同时还标上了输入电阻(包括损耗)的实测值. (14) 和 (15) 式都不适用于 $N = 1$ 情形.

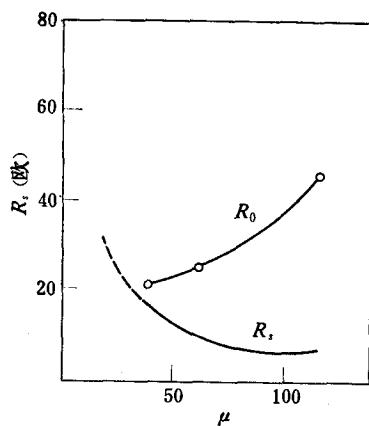


图 26 表面波近似下 R_s - μ 关系
($b/a = 1.6$)

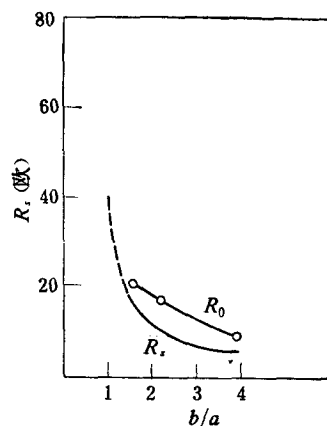


图 27 表面波近似下 R_s - b/a 关系
($\mu = 40$)

五、讨 论

本文的主要结果可以概括为

1. 外套介质可以使振子谐振频率有所降低, 并使辐射阻抗高于同等长度的金属振子. 这时起主要作用的是磁导率 μ , 介电常数 ϵ 的作用不大.

2. 介质的主要作用在于改善天线电流分布,使其由短振子的三角分布接近某种正弦,但达不到矩形分布。介质磁化电流和极化电流对辐射场的贡献很小,可以略而不计。

3. 决定介质尺寸的主要是相对厚度 b/a , 而不是绝对厚度 b 。磁导率 μ 一定时, 谐振频率的降低倍数基本上与 $\ln(b/a)$ 成正比。缩短倍数愈多, 谐振点的辐射阻抗数值愈低, 振子的频带也愈窄。

4. 短振子套介质后的辐射方向图仍然很接近基本振子。

综合以上所述, 可以认为在适当牺牲频带和效率的前提下, 用套磁性介质的办法使单个振子的谐振频率降低两三倍是可以实现的。在短波波段设计这样一个振子的大致手续是:

1) 恰当选用磁性材料, 在磁导率 μ 尽可能高一些的同时, 还要注意大功率下磁滞损耗开始急剧上升的磁场临界值 H_0 (见图 22)。为了使介电常数的有效数值降低, 采用磁环可能比长管好一些。

2) 给定缩短倍数, 从图 8 估计出谐振点输入阻抗实部的数值。根据功率要求, 估算馈电点电流的大小。

3) 按静磁场公式由馈电点电流计算金属振子表面的最大磁场值。务必使内导体半径 a 足够大, 以便磁场不超过所选材料的磁场临界值 H_0 。同时内导体半径 a 应尽量小, 以便节省材料, 减轻重量, 同时突出介质的作用。

4) 根据材料的 μ 值和规定的缩短倍数, 由图 7 或经验公式 (2) 定出所需介质套内外径比 b/a 及 b 。

附 录

套介质天线振子的远场表达式

现在推导 (4) 式。以下计算的前半部分, 与朱兰成^[4]等人早年的工作接近。我们从电磁场方程的对称形式出发:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J} - j\omega\epsilon_0\mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mathbf{J}_M + j\omega\mu_0\mathbf{H}, \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= \rho_E/\epsilon_0, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} &= \rho_M/\mu_0,\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

其中引入了包括外电流 $\mathbf{J}_i$ 和外电荷 ρ_i 在内的

$$\begin{aligned}\text{总电荷密度} \quad \rho_E &= \rho_i + \rho_P, \\ \text{束缚电荷密度} \quad \rho_P &= -\operatorname{div} \mathbf{P}, \\ \text{“磁荷”密度} \quad \rho_M &= -\operatorname{div} \mathbf{M}, \\ \text{总电流密度} \quad \mathbf{J} &= \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_P, \\ \text{极化电流密度} \quad \mathbf{J}_P &= \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P} = -j\omega\mathbf{P}, \\ \text{磁化电流密度} \quad \mathbf{J}_M &= \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M} = -j\omega\mathbf{M},\end{aligned}$$

而极化矢量 $\mathbf{P}$ 和磁化矢量 $\mathbf{M}$ 的定义为

$$\begin{aligned}\mathbf{P} &= (\epsilon - \epsilon_0)\mathbf{E}, & \mathbf{D} &= \epsilon\mathbf{E} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}, \\ \mathbf{M} &= (\mu - \mu_0)\mathbf{H}, & \mathbf{B} &= \mu\mathbf{H} = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{M}.\end{aligned}\quad (\text{A.2})$$

方程组 (A.1) 的“对称”在于它对以下变换不变:

$$\mathbf{H} \rightleftharpoons -\mathbf{E}, \quad \mu_0 \rightleftharpoons -\epsilon_0,$$

$$\rho_M \rightleftharpoons \rho_E, \quad J_M \rightleftharpoons J \quad (M \rightleftharpoons P).$$

因此以后只写由方程组 (A.1) 导出的磁场方程就够了, 即

$$(\Delta + k_0^2) \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{grad } \rho_M - \text{rot } \mathbf{J} - j\omega \epsilon_0 \mathbf{J}_M, \quad (\text{A.3})$$

其中 $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$. 这类方程的主要特点是可以自由空间格林函数协助讨论, 在不具体给出边界形状的情况下作尽量一般的推导.

设 $\mathbf{J}_1, \rho_1, \mathbf{P}, \mathbf{M}$ 都只在有限区域 I 内不为零, 该区域由闭合曲面 S_b 包围. 设此区内尚有曲面 S_a 包围的金属. 金属上如有锁电隙, 则所讨论的问题成为天线振子. S_b 以外到无穷远闭合曲面 S_∞ 之间的区域记为 II 区. 这些曲面的法线一律向外. 如果法线方向相反, 则记为 S_a^* 等. 以 $-Q$ 记 (A.3) 式右端, 则两区域内方程为

$$\begin{aligned} \text{I 区} & \quad (\Delta' + k_0^2) \mathbf{H} = -Q(\mathbf{r}'), \\ \text{II 区} & \quad (\Delta' + k_0^2) \mathbf{H} = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

在整个空间 I + II 都存在着标量格林函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\begin{aligned} (\Delta' + k_0^2) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \frac{1}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \exp(jk_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

在 I 区中使用格林定理:

$$\int_{V_I} [G(\Delta' + k_0^2) H_i - H_i(\Delta' + k_0^2) G] d\mathbf{r}' = \oint_{S_a^* + S_b} \left[G \frac{\partial H_i}{\partial n'} - H_i \frac{\partial G}{\partial n'} \right] dS',$$

注意视观测点 $\mathbf{r}$ 位置不同, 积分

$$\int_{V_I} H_i(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \begin{cases} 0, & \mathbf{r} \in \text{II}; \\ \frac{1}{2} H_i(\mathbf{r}), & \mathbf{r} \in S_a, S_b; \\ H_i(\mathbf{r}), & \mathbf{r} \in \text{I}. \end{cases}$$

于是得

$$P(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_{V_I} G Q(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \oint_{S_a} \left(G \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n'} - \mathbf{H} \frac{\partial G}{\partial n'} \right) dS' + \oint_{S_b} \left(G \frac{\partial \mathbf{H}^I}{\partial n'} - \mathbf{H}^I \frac{\partial G}{\partial n'} \right) dS', \quad (\text{A.6})$$

其中

$$p(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & \mathbf{r} \in \text{II}; \\ 1/2, & \mathbf{r} \in S_a, S_b; \\ 1, & \mathbf{r} \in \text{I}. \end{cases}$$

同样在 II 区中使用格林定理, 注意 S_∞ 上的面积分由于辐射条件而趋于零, 可得

$$q(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = - \oint_{S_b} \left(G \frac{\partial \mathbf{H}^{II}}{\partial n'} - \mathbf{H}^{II} \frac{\partial G}{\partial n'} \right) dS', \quad (\text{A.7})$$

其中

$$q(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in \text{II}; \\ 1/2, & \mathbf{r} \in S_b; \\ 0, & \mathbf{r} \in \text{I}. \end{cases}$$

将 (A.6), (A.7) 两式相加, 注意

$$i(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r}) + q(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in \text{I}, \text{II}, S_b; \\ 1/2, & \mathbf{r} \in S_a. \end{cases}$$

得

$$i(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_{V_I} G Q d\mathbf{r}' - \oint_{S_a} \left(G \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n'} - \mathbf{H} \frac{\partial G}{\partial n'} \right) dS' + \oint_{S_b} \left[G \frac{\partial (\mathbf{H}^I - \mathbf{H}^{II})}{\partial n'} - (\mathbf{H}^I - \mathbf{H}^{II}) \frac{\partial G}{\partial n'} \right] dS'. \quad (\text{A.8})$$

利用矢量分析公式

$$\begin{aligned} (\mathbf{n} \nabla) \mathbf{H} &= (\text{grad } \mathbf{H}) \mathbf{n} - [\mathbf{n} \text{rot } \mathbf{H}], \\ [\nabla G [\mathbf{H} \mathbf{n}]] &= \mathbf{H} (\mathbf{n} \nabla) G - \mathbf{n} (\mathbf{H} \nabla G), \end{aligned}$$

以及 $\frac{\partial n_i}{\partial x_j} = \frac{\partial n_j}{\partial x_i}$ 等关系, 可以一般地证明

$$\begin{aligned} \oint_S \left(G \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n'} - \mathbf{H} \frac{\partial G}{\partial n'} \right) dS' &\equiv \oint_S [G (\mathbf{n} \text{grad}) \mathbf{H} - \mathbf{H} (\mathbf{n} \text{grad}) G] dS' \\ &= \oint_S \{ G \mathbf{n} \text{div } \mathbf{H} + [\nabla G [\mathbf{n} \mathbf{H}]] - [\mathbf{n} \mathbf{H}] \nabla G - G [\mathbf{n} \text{rot } \mathbf{H}] \} dS'. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

这里意义不明确的面积分中的体积密度 $\text{div } \mathbf{H}$ 将在以后相消, 并不出现在最终结果中.

我们还要用到各种边界条件:

$$[\mathbf{n}, \mathbf{H}^I - \mathbf{H}^{II}]|_{S_b} = 0, \quad [\mathbf{n}, \mathbf{E}^I - \mathbf{E}^{II}]|_{S_b} = 0,$$

$$(\mathbf{n}, \mathbf{B}^I - \mathbf{B}^{II})|_{S_b} = 0, \quad (\mathbf{n}, \mathbf{D}^I - \mathbf{D}^{II})|_{S_b} = 0.$$

后两式可利用 (A. 2) 式写为

$$(\mathbf{n}, \mathbf{H}^I - \mathbf{H}^{II})|_{S_b} = -\frac{1}{\mu_0} (\mathbf{nM}), \quad (\mathbf{n}, \mathbf{E}^I - \mathbf{E}^{II})|_{S_b} = -\frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{nP}).$$

表面 S_a 有一小部分 S_Δ 张在馈电隙上, 这里的馈电条件暂不具体化, 其余部分是金属表面:

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{S_a} = 0, \quad (\mathbf{n}, \mathbf{H})|_{S_a} = 0,$$

$$[\mathbf{n}, \mathbf{H}]|_{S_a} = \mathbf{J}_s, \quad (\mathbf{n}, \mathbf{E})|_{S_a} = \frac{1}{\epsilon_1} \sigma_s$$

($\mathbf{J}_s, \sigma_s$ 是振子上的表面电流和电荷密度). 利用这些边界条件和电磁场方程 (A. 1), 可以把 (A. 8) 式变换成:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}) = & \int_{V_I} \left\{ \frac{\rho_M}{\mu_0} \text{grad}' G + [\mathbf{J}, \nabla' G] + j\omega\epsilon_0 \mathbf{J}_M G \right\} d\mathbf{r}' - \int_{S_a-S_\Delta} [\nabla G, \mathbf{J}_s] dS' \\ & + \oint_{S_b} \frac{(\mathbf{nM})}{\mu_0} \nabla G dS' + \int_{S_\Delta} \{ (\mathbf{nH}) \nabla G - [\nabla G [\mathbf{nH}]] - j\omega\epsilon_0 G [\mathbf{nE}] \} dS'. \end{aligned} \quad (\text{A. 10})$$

这是相当一般的磁场表达式, 它适用于任意的振子和介质形状, 适用于从振子表面到远场的任何距离. 我们作一系列具体化规定:

1. 介质本身非铁磁、非铁电, 即 $\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, 这时 $\rho_M = 0$. 这个假设与实际情况有出入, 但与解初值问题^[1]过程中未考虑 $\mu(\mathbf{H})$, $\epsilon(\mathbf{E})$ 导致的拟线性问题是一致的.

2. 只讨论圆柱对称, 无论柱面和底面都有 $\mathbf{n} \perp \mathbf{H}$, 故 $(\mathbf{nH}) = (\mathbf{nM}) = 0$.

3. 取远场极限, 即 $\mathbf{r}(\mathbf{r}) = 1$, 且只保留 $\frac{1}{r}$ 项.

实现前两条后磁场表达式 (A. 10) 就清楚地成为四项之和

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = & \oint_{S_a} [[\mathbf{n}', \mathbf{H}]] \nabla' G dS' - \frac{jk_0(\epsilon_r - 1)}{Z_0} \int_{V_I} [\mathbf{E}, \nabla' G] d\mathbf{r}' + k_0^2(\mu_r - 1) \int_{V_I} \mathbf{H} G d\mathbf{r}' \\ & - j \frac{k_0}{Z_0} \int_{S_\Delta} [\mathbf{n}' \mathbf{E}] G dS', \end{aligned} \quad (\text{A. 11})$$

它们分别代表振子电流(和馈电隙上交变磁场)、介质极化电流、介质磁化电流和馈电隙上交变电场的贡献. 式中引入了自由空间波阻抗 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$.

远场极限 $r \gg \lambda_0$ 下, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx r \gg r'$. 引入各矢量在柱坐标系中的分量, 并完成对角度变量的积分(这时出现贝塞尔函数) 磁场只有一个分量, 即

$$H_\varphi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{r} H(\theta) \exp(jk_0 r),$$

其中 θ 是 $\mathbf{r}$ 和振子轴线的夹角. 决定方向图的是

$$\begin{aligned} H(\theta) = & \frac{jk_0 a}{2} \sin \theta J_0(k_0 a \sin \theta) \int dz H_\varphi(a, z) e^{-jk_0 z \cos \theta} \\ & + \frac{jk_0^2(\mu - 1)}{2} \int_{V_I} dz \rho d\rho J_1(k_0 \rho \sin \theta) H_\varphi(\rho, z) e^{-jk_0 z \cos \theta} \\ & + \frac{k_0^2(\epsilon - 1)}{2} \int_{V_I} dz \rho d\rho [\sin \theta E_z J_0(k_0 \rho \sin \theta) + j \cos \theta E_\rho J_1(k_0 \rho \sin \theta)] e^{-jk_0 z \cos \theta} \\ & + \frac{k_0 a V_0}{2Z_0} J_1(k_0 a \sin \theta), \end{aligned} \quad (\text{A. 12})$$

此式只需稍加整理并完成无纲化, 就导致 (4) 式. 馈电条件也已按 (8) 式具体化.

参 考 文 献

- [1] 中国科学院物理研究所、计算技术研究所天线计算组, 物理学报, **26** (1977), 341.
- [2] C. Y. Ting, A Theoretical Study of Dielectric Coated Cylindrical Antennas, Cruft TR-506, AD640665, 1966; *J. Math. Phys.*, **10** (1969), 480.
- [3] R. W. P. King, The Theory of Linear Antennas, 1956.
- [4] J. A. Stratton, L. O. Chu (朱兰成), *Phys. Rev.*, **56** (1933), 99.
- [5] A. 3. 爱金堡, 《超高频天线》, 图4, 11, 2.

MAGNETIC COATED SMALL DIPOLE ANTENNA

BEIJING ANTENNA GROUP

ABSTRACT

Theoretical calculations and experimental measurements of the basic parameters of coated small dipole antenna were carried out in the short wave range. It was concluded that the resonance frequency of the dipole could be lowered and the radiative resistance could be improved by magnetic coating at the price of some loss in band width and efficiency. The radii ratio of the coating and the inner conductor played a primary role as compared to the absolute size of the magnetic material. In addition, the characteristics of the magnetic coated antenna was explained within the framework of an approximate theory based on surface wave transmission line concepts. The design procedure of such antennas was also discussed.